

Q
46
S6784
NH

S. I. LIBRARY

5675

BULLETIN

DE LA

SOCIÉTÉ PHILOMATHIQUE

DE PARIS

FONDÉE EN 1788

NEUVIÈME SÉRIE. — TOME X

N° 1

1908

PARIS

AU SIÈGE DE LA SOCIÉTÉ PHILOMATHIQUE DE PARIS

A LA SORBONNE

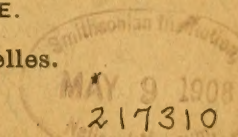
1908



Le Secrétaire-Gérant,

H. COUTIÈRE.

Le Bulletin paraît par livraisons bimestrielles.



COMPOSITION DU BUREAU POUR 1908

Président : M. BERTHELOT (Daniel), 3, rue Mazarine.

Vice-Président : M. LÉCAILLON, 28, rue Berthollet.

Trésorier : M. RABAUD, 3, rue Vauquelin.

Secrétaire des séances : M. WINTER, 44, rue Sainte-Placide.

Vice-Secrétaire des séances : M. LEBON, 4 bis, rue des Écoles.

Secrétaire du bulletin : M. COUTIÈRE, 12, rue Notre-Dame-des-Champs.

Vice-Secrétaire du bulletin : M. NEUVILLE, 55, rue de Buffon.

Archiviste : M. HENNEGUY, 9, rue Thénard.

La Société Philomathique de Paris se réunit les 2^e et 4^e Samedis de chaque mois, à 8 h. 1/2, à la Sorbonne (salle de travail des Étudiants).

Les membres de la Société ont le droit d'emprunter des livres à la Bibliothèque de l'Université. Ils ont également droit, sur leur demande, à 50 tirages à part gratuits des Mémoires qu'ils publient dans le Bulletin.

Pour le paiement des cotisations et l'achat des publications, s'adresser à M. VÉZINAUD, à la Sorbonne, place de la Sorbonne, Paris, V^e.

BULLETIN

DE LA

SOCIÉTÉ PHILOMATHIQUE

DE PARIS

FONDÉE EN 1788

NEUVIÈME SÉRIE. — TOME X

1908

PARIS

AU SIÈGE DE LA SOCIÉTÉ PHILOMATHIQUE DE PARIS

A LA SORBONNE

1908

Membres du Conseil

pour les années 1906, 1907 et 1908

MM.

ANDRÉ, 70 bis, rue Bonaparte.

DONGIER, 87 bis, Grande-Rue, Bourg-la-Reine.

GRÉVY, 62, Rue Sainte-Placide.

HENNEGUY, 9, rue Thénard.

LAISANT, 162, avenue Victor-Hugo.

LÉVY (Lucien), 12, rue du Regard.

VAILLANT, 2, rue de Buffon.

VINCENT, 207, rue de Vaugirard.

Membres du Bureau

pour 1908.

Président : M. LÉCAILLON, 28, rue Berthollet.

Vice-Président : M. R. PERRIN, rue de Grenelle.

Trésorier : M. RABAUD, 3, rue Vauquelin.

Secrétaire des séances : M. WINTER, 44, rue Sainte-Placide.

Vice-Secrétaire des Séances : M. LEBON, 4 bis, rue des Écoles.

Secrétaire du Bulletin : M. COUTIÈRE, 12, rue Notre-Dame-des-Champs.

Vice-Secrétaire du Bulletin : M. NEUVILLE.

Archiviste : M. HENNEGUY, 9, rue Thénard.

ABRÉVIATIONS

M.I.	Membre de l'Institut.
P.F.S.	Professeur à la Faculté des Sciences.
P.M.	» au Muséum.
P.C.F.	» au collège de France.
P.E.N.	» à l'École normale supérieure.
P.E.P.	» à l'École Polytechnique.
E.E.P.	Examineur id.
P.H.	Professeur honoraire.
P.P.C.	» à l'École des Ponts et Chaussées.
M.A.M.	Membre de l'Académie de Médecine.
P.E.Ph.	Professeur à l'École de Pharmacie.
P.C.	» au Conservatoire des Arts et Métiers.
I.G.A.	Inspecteur Général de l'Agriculture.
I.G.M.	Inspecteur Général des Mines.
A.M.	Assistant au Muséum.
P.A.F.M.	Professeur agrégé à la Faculté de Médecine.
P.I.A.	Professeur à l'Institut agronomique.
I.P.C.	Ingénieur des Ponts et Chaussées.

EXTRAITS DES COMPTES-RENDUS DES SÉANCES

Séance du 25 janvier 1908

PRÉSIDENCE de M. LÉCAILLON.

Il est désigné deux membres chargés des notices biographiques concernant Berthelot et Ponsot. Ce sont, respectivement, MM. Matignon et Dongier.

Il est décidé également que le banquet annuel aura lieu le 24 février ou, à défaut, le 9 mars.

M. le Président donne ensuite la parole à M. Mayer, qui entretient la Société des progrès de l'ultramicroscope et de ses applications.

M. Dongier présente quelques observations personnelles concernant les faits exposés par M. Mayer. MM. Dongier et Victor Henri échan- gent ensuite quelques remarques sur la même question.

Séance du 9 février 1908

PRÉSIDENCE de M. LÉCAILLON.

M. Perrin accepte de rédiger la notice biographique concernant Laus- sedat.

M. Deschamps fait une communication relative à ses recherches sur la construction de tables graphiques des multiples des nombres. Il signale une propriété remarquable de ces tables, dont il présente un modèle donnant les multiples jusqu'à 10.000.

Séance du 22 février 1908

PRÉSIDENCE de M. LÉCAILLON.

M. Tarry lit le rapport sur les comptes de 1907, qui est adopté sans observations.

M. Guieysse fait une communication sur le développement des cel- lules géantes au contact de corps étrangers (moelle de sureau). MM. Gravier, Lécaillon, Rabaud, présentent diverses observations à ce propos.

M. Marage expose que sa communication à l'Académie des Sciences sur l'augmentation de l'énergie de la voix, ayant attiré l'attention des directeurs d'Ecoles, les a incités à entreprendre des expériences sur leurs élèves. M. Marage fait connaître les résultats heureux, déjà acquis, de ces expériences.

RECHERCHE RAPIDE

DES FACTEURS PREMIERS DES NOMBRES

A L'AIDE DE DEUX TABLES DE RESTES ⁽¹⁾

Par Ernest LEBON

1. — Soient B le produit de nombres premiers $\alpha, \beta, \dots, \lambda$, consécutifs ou non ; P le produit $(\alpha - 1)(\beta - 1) \dots (\lambda - 1)$; I l'un des P nombres premiers à B et inférieurs à B, 1 étant compris ; K un entier de la suite naturelle.

Il est facile de reconnaître que

Chacun des systèmes des P progressions arithmétiques de terme général $BK + I$ renferme tous les nombres premiers autres que ceux qui forment B.

On peut dire que B est la base du système de progressions considéré.

N étant un nombre de la forme $BK + I$, on obtient le quotient K et le reste I en divisant N par B.

J'appellerai *indicateur* le nombre I.

2. — Soient N, D et M des nombres appartenant à un système de progressions arithmétiques de base B.

Lorsque N admet un diviseur D, on a l'égalité

$$DM = BK + I;$$

d'où l'on déduit que

Si l'on divise par D le produit BK et le reste I, la somme des restes obtenus égale D.

ρ désignant la valeur absolue du reste négatif obtenu en divisant BK par D, R désignant le reste positif obtenu en divisant I par D,

Il y a égalité entre ρ et R.

Pour abrégér, je dirai *reste ρ* et *reste R*.

1. Société Philomathique de Paris, séance du 11 janvier 1903.

Table des Restes ρ .

3. — Soit une feuille de papier quadrillé, supposée aussi grande qu'il sera nécessaire.

Dans les carrés de la première bande supérieure, on inscrit les valeurs de K , en ordre croissant; dans les carrés de la première colonne à gauche, on inscrit les diviseurs premiers D inférieurs à $\sqrt{N}$, en ordre croissant; dans le carré commun à toute bande et à toute colonne, on inscrit le reste ρ qui correspond à la valeur de K et à celle de D situées dans cette bande et dans cette colonne.

Il suffit d'inscrire, dans chaque colonne, les restes ρ jusqu'au diviseur premier D immédiatement inférieur à

$$\sqrt{BK + (B - 1)} \quad \text{ou} \quad \sqrt{B(K + 1) - 1}.$$

4. — On reconnaît que

Un nombre $BK + 1$ est divisible ou non par D , selon que le reste R , obtenu en divisant 1 par D est égal ou non au reste ρ , correspondant à D et à K .

5. — Par suite la règle élémentaire pour reconnaître si un nombre est premier ou composé est notablement simplifiée, lorsque l'on possède la Table des Restes ρ ; car la division par D du nombre N se trouve ramenée à la division par D d'un nombre I plus petit que N .

D'ailleurs, très souvent, la division de I par D sera inutile pour reconnaître si le reste à calculer R peut être égal au reste inscrit ρ .

Remarquons que, dans l'emploi du procédé qui vient d'être expliqué, il est inutile de connaître à l'avance les valeurs des indicateurs.

6. — Le calcul des restes ρ présente des particularités remarquables.

Soit $K = 1$: en divisant B par D , on obtient un reste ρ' ; par suite la première valeur ρ_1 de ρ égale $D - \rho'$.

Soit $K = 2$: selon que la somme $\rho_1 + \rho_1$ est inférieure ou supérieure à D , cette somme ou son excès sur D est la seconde valeur ρ_2 de ρ .

En général, soit $K = n$: on a

$$\rho_n = \rho_1 + \rho_{n-1} \quad \text{ou} \quad \rho_n = \rho_1 + \rho_{n-1} - D.$$

Le calcul des valeurs successives de ρ , à partir de $K = 0$, n'est autre que la détermination des restes obtenus en divisant, par un même nombre premier D , les termes consécutifs d'une progression arithmétique, de premier terme 0 , de raison B ; or on sait que ces

restes forment des périodes identiques de D termes dont les extrêmes correspondent aux valeurs 0 et $D - 1$ de K .

De plus, il est facile de montrer que

Si les valeurs de K vont de 1 à $D - 1$, à deux valeurs de K dont la somme est D , correspondent deux valeurs de ρ dont la somme est aussi D .

Enfin on reconnaît que

Les restes ρ successifs relatifs à une même valeur de D forment, en les prenant de m en m , des progressions arithmétiques.

Voici un moyen rapide pour calculer les valeurs de ρ . En allant de gauche à droite, on écrit les valeurs de ρ' , D , ρ_1 .

On a $\rho_1 = D - \rho'$.

Si $\rho_1 > \rho'$, on a $\rho_2 = \rho_1 - \rho'$;

si $\rho_2 > \rho'$, on a $\rho_3 = \rho_2 - \rho'$;

et ainsi de suite jusqu'à

$\rho_n < \rho'$; alors on a $\rho_{n+1} = \rho_n + \rho'$.

On trouve ρ_{n+2} , ρ_{n+3} , etc., en retranchant successivement ρ' de la valeur précédente de ρ .

On opère d'une manière analogue quand

$$\rho_1 < \rho'.$$

Lorsque l'on trouve un reste ρ_m notamment plus petit que ρ_1 , il est très rapide de former les restes ρ qui suivent ρ_m en ajoutant ρ_m successivement aux termes calculés, à partir de ρ_1 ; alors, si une somme obtenue $\rho_{m'}$ est $> D$, on la remplace par $\rho_{m'} - D$.

Lorsque l'on trouve un reste ρ_p inférieur à D et très voisin de D , il est très rapide de former les restes qui suivent ρ_p en retranchant la différence $D - \rho_p$ successivement des termes calculés, à partir de ρ_1 ; alors, si une différence obtenue $\rho_{p'}$ est < 0 , on la remplace par la différence entre D et la valeur absolue de $\rho_{p'}$.

Ces différentes propriétés et remarques permettent d'écrire très vite, ou de vérifier, les diverses valeurs des restes qui doivent entrer dans une Table des Restes ρ .

7. — J'ai dit (3) qu'il suffit d'inscrire les restes ρ jusqu'au nombre $\sqrt{B(K+1)} - 1$. Si l'on inscrit ces restes ρ au delà de ce nombre, on trouve, sous une même valeur de K , deux ou plusieurs restes ρ auxquels correspondent deux ou plusieurs diviseurs premiers du nombre $BK + 1$, lorsque ce nombre est composé.

Table des Restes R.

8. — Montrons que le calcul des restes R peut se faire très rapidement.

Soit une feuille de papier quadrillé, supposée aussi grande qu'il sera nécessaire.

Dans les carrés de la première bande supérieure, on écrit les indicateurs I, en ordre croissant ; dans les carrés de la première colonne à gauche, on écrit les diviseurs premiers D inférieurs à $\sqrt{N}$, en ordre croissant. Dans le carré commun à toute bande et à toute colonne, on inscrit le reste R correspondant à la valeur de I et à celle de D situées dans cette bande et dans cette colonne.

Le calcul des restes R peut se faire rapidement par des additions et soustractions successives.

9. — Formons un tableau contenant les restes ρ_1 relatifs à la valeur 1 de K et à chaque valeur de D. Cette Table des Restes ρ_1 et la Table des Restes R pourront servir à beaucoup abréger la règle élémentaire pour trouver les facteurs premiers d'un nombre ou reconnaître si un nombre est premier. En effet, après avoir trouvé les valeurs de I et de K relatives à un nombre N, on pourra, grâce aux valeurs connues ρ_1 , déterminer les valeurs de ρ qui correspondent à la valeur K et aux diviseurs premiers D, en ordre croissant, jusqu'à ce que l'on arrive à trouver un reste ρ égal à un reste R inscrit dans la bande qui contient l'indicateur I.

Il suffira d'abord de reconnaître le dernier chiffre des restes ρ pour le comparer au dernier chiffre des restes R ; il suit de là que le travail n'est pas long.

Emploi simultané des deux Tables des Restes ρ et des Restes R.

10. — Si l'on avait le couple de Tables des Restes ρ et des Restes R pour la même base B et la même limite de N, on serait dispensé de calculs auxiliaires : la recherche des facteurs premiers des nombres serait ramenée à une simple comparaison des restes ρ et R de la suite des valeurs de D ; par suite le problème en question serait ainsi résolu presque immédiatement.

On sait que ces restes correspondent à la valeur de K et à celle de I

obtenues en divisant, par la base B , le nombre N non divisible par les facteurs premiers de B .

11. — On peut se dispenser de construire la Table des Restes R pour les indicateurs supérieures à $\frac{1}{2}B$.

En effet, soient I et I' deux indicateurs dont la somme égale B , I étant $< \frac{1}{2}B$. Le nombre

$$N = BK + I'$$

peut être écrit ainsi :

$$N = B(K + 1) - I;$$

par suite N sera divisible par un diviseur premier D quand les restes de $B(K + 1)$ et de I seront égaux.

La Table des Restes R pour les indicateurs inférieurs à $\frac{1}{2}B$ étant construite, il faut construire la Table des Restes ρ' obtenus en divisant $B(K + 1)$ par les valeurs successives de D . Les restes ρ' peuvent s'obtenir, en partant de ρ'_1 , de la même manière que les restes ρ en partant de ρ_1 . Mais, comme la somme des restes ρ_n et ρ'_n est égale à D , si l'on a la Table des Restes ρ , on peut immédiatement former la Table des Restes ρ' . Par suite, dans la Table des Restes ρ , il suffira d'écrire à côté de chaque ρ_n la différence $D - \rho_n$ pour avoir la valeur de chaque ρ'_n .

Et alors, ayant un nombre $BK + I'$, on parcourra, en même temps, la colonne $K + 1$ de la Table des Restes ρ' et la colonne $I = B - I'$ de la Table des Restes R ; si, dans les lignes d'un diviseur premier D , on trouve un reste ρ' égal à un reste R , on en conclura que le nombre $BK + I'$ admet le diviseur premier D .

NOTE.

Allusion à la Méthode précédente des Restes est faite à la fin du Mémoire que j'ai présenté en août 1906 au Congrès tenu à Lyon par l'Association Française pour l'Avancement des Sciences. J'en ai aussi parlé dans la Séance du 22 décembre 1906 de la Société Philomathique de Paris. Enfin, au commencement de janvier 1907, j'ai envoyé, à l'Académie de Metz, sur cette même Méthode un Mémoire que cette savante Compagnie a jugé digne d'un prix.

Depuis plusieurs mois, je me suis livré au calcul des restes ρ et ρ' relatifs à la base 510510 et aux nombres premiers jusqu'à 10 000, pour former une Table auxiliaire me permettant d'obtenir une Table de

caractéristiques relatives à la base 540510 et donnant les facteurs premiers des nombres jusqu'à 100 000 000.

M. Luis de Alba y Clares, Capitaine de l'Armée Espagnole, a, en même temps que moi, commencé ce calcul ; notre travail est déjà bien avancé. Je suis heureux de le remercier publiquement au sujet de sa précieuse collaboration.

Applications de la méthode d'Eratosthène :

TABLES NUMÉRIQUES ET GRAPHIQUES

Par M. Joseph DESCHAMPS

I

Nous avons montré dans un précédent mémoire⁽¹⁾ que le véritable esprit de la méthode d'Eratosthène consiste à former et à détacher de la suite naturelle des nombres inférieurs à une certaine limite les listes des multiples non encore effacés des nombres premiers successifs, en commençant par les plus petits. Cette manière de procéder, qui est la seule naturelle et logique, fournit la solution complète du problème relatif à la composition des nombres : il ne suffit pas, en effet, de savoir si un nombre donné est premier ou non ; il faut au contraire, quand un nombre n'est pas premier, ce qui est le cas le plus fréquent, pouvoir décomposer ce nombre en produits de facteurs premiers. Or la méthode que nous indiquons fournit le plus petit de ces diviseurs premiers, lequel sert de point de départ à la décomposition complète.

Tant que la limite fixée ou imposée n'est pas trop élevée, il n'y a aucune difficulté à opérer comme nous le disons. Il n'en est plus de même, dès qu'on veut aborder les grands nombres, car alors on se heurte à la difficulté devant laquelle on a toujours paru s'arrêter, difficulté qui n'est pas seulement inhérente à la question, mais qui est la question elle-même. Il faut cependant se résigner à envisager cette question telle qu'elle est ; il est impossible en effet d'arriver aux grands nombres, sans passer par la série des nombres inférieurs dont aucun ne doit être négligé. D'ailleurs, quelle que soit l'étendue, disons plutôt, l'immensité des nombres à passer ainsi en revue, du moment que la question est regardée comme importante et même comme étant d'un intérêt primordial, nous ne connaissons

(1) *Bulletin de la Société Philomathique*, 9^e série, tome XI n^o 4, 1907.

aucune raison qui puisse empêcher de la traiter dans son intégrité. S'il est utile de donner un *état civil* à tous les nombres inférieurs à une limite donnée, si haute qu'elle soit, il faut procéder hardiment et sans demi-mesure ; aussi comprenons-nous peu les réticences et les hésitations qu'on a toujours montrées. Avec de la persévérance et de l'esprit de suite, en répartissant le travail et les dépenses entre le temps et les individus, en se réunissant au lieu de s'isoler, on finirait par élever au NOMBRE le monument digne de lui et qu'il attend encore. Nous voyons d'ailleurs se réaliser tous les jours des œuvres au moins aussi difficiles et d'aussi longue haleine.

Quoi qu'il en soit de ce *desideratum* qui ne semble pas près de se réaliser de si tôt, nous sommes obligés d'aborder la question telle qu'on la pose encore aujourd'hui. Cette question consiste à employer, au lieu du procédé direct, des procédés détournés permettant, étant donné un nombre : 1° de reconnaître si ce nombre est premier ou non ; 2° quand il n'est pas premier, de le décomposer en un produit de facteurs premiers ou simplement de trouver son plus petit diviseur premier. Disons tout de suite que les deux recherches n'en font qu'une, car la même méthode indirecte sert, comme on le sait, pour résoudre les deux questions proposées.

La meilleure manière de procéder sera encore la plus logique, c'est-à-dire celle qui se rapprochera le plus de la méthode directe, qui est toujours la méthode d'Eratosthène. C'est cette méthode de recherche que nous allons nous efforcer d'établir.

II

Quand on n'a pas à sa disposition les listes de multiples dont nous avons parlé, on est obligé de rechercher, par des essais successifs, si le nombre proposé fait, ou non, partie de ces listes restées à l'état de fiction, c'est-à-dire s'il est divisible par l'un au moins des nombres premiers supposés connus. Quel que soit le procédé d'opération adopté, tout revient au fond à s'assurer de cette divisibilité ou non-divisibilité. Pour atteindre ce résultat, toutes les méthodes employées, sans exception aucune, ne sont que des cas particuliers de la méthode générale qui consiste à retrancher du nombre à essayer un ou plusieurs multiples connus du diviseur employé, de façon à retomber sur un nombre plus simple, qui manifeste immédiatement le caractère recherché de divisibilité ou de non-divisibilité. Malgré leur diversité apparente, et les noms plus ou moins pompeux dont elles

sont décorées, toutes ces méthodes se ressemblent et ne sont que des modalités de cette méthode unique très simple. Les différences qu'elles peuvent présenter proviennent seulement des multiples que l'on supprime et de la manière de les supprimer.

La forme ordinaire de la division n'est elle-même que la manière la plus méthodique et la plus simple d'opérer ces suppressions successives. Elle suffit d'ailleurs à la résolution complète du problème proposé, et le seul grief qu'on puisse lui opposer, c'est d'être trop longue dans son application; aussi estime-t-on nécessaire de lui substituer des méthodes plus expéditives. Toutefois nous ne voulons pas procéder à de nouvelles recherches sans faire remarquer qu'on est souvent bien injuste envers la forme ordinaire de la division. Si elle paraît longue dans son application, cela provient non pas tant de sa nature que de la manière défectueuse dont elle est appliquée. Cette méthode est en effet si parfaite que, seule parmi toutes les autres, elle n'exige aucune table écrite; elle réside tout entière dans l'esprit qui l'applique et la main qui l'exécute. Cependant, malgré cette perfection et cette simplicité, il ne faut pas, comme on le fait toujours, pousser les choses à l'extrême et se passer systématiquement de tables qui, pour n'être pas nécessaires, n'en sont pourtant pas moins utiles.

Pour nous expliquer, nous rappellerons que la méthode ordinaire de division revient à l'emploi et à la suppression des seuls *neuf* premiers multiples du diviseur, et cela sans qu'il soit nécessaire de les écrire explicitement, de manière à fournir les chiffres successifs du quotient en commençant par ceux des ordres les plus élevés. Or cette suppression ne va pas sans certains tâtonnements qui sont les plus graves défauts de la méthode et la grande raison de sa lenteur d'application. Mais il est possible de supprimer ces inconvénients et tout tâtonnement, en formant antérieurement et réunissant dans une liste les neuf premiers multiples du diviseur. La seule considération de cette liste permet alors de voir immédiatement le plus grand multiple à supprimer et fournit sans tâtonnement le chiffre correspondant du quotient. La division, dans son entier, n'est plus alors qu'une question d'écriture pouvant se faire très rapidement.

Nous insistons sur cette manière simple de faire la division pour plusieurs raisons. Nous dirons d'abord qu'elle pourrait être appliquée généralement, tandis qu'elle ne l'est presque jamais. Nous ferons remarquer ensuite que cette méthode peut être généralisée et étendue de manière à fournir des résultats plus expéditifs: il suffirait,

en effet, de former, non plus seulement, les 9 premiers multiples du diviseur, mais les 99 ou les 999 premiers multiples de ce diviseur, de façon à déterminer les chiffres du quotient par groupes de deux ou de trois, toujours en commençant par ceux de l'ordre le plus élevé. La division la plus longue peut alors se faire d'une façon extrêmement rapide, une telle manière d'opérer exigeant simplement la construction préalable de tables fournissant les multiples nécessaires des diviseurs susceptibles d'être employés. Il est clair que ce mode d'opération très simple en lui-même et n'exigeant aucune théorie nouvelle autre que la théorie ordinaire de la division, constitue une excellente solution du problème qui nous occupe.

Enfin nous signalons les avantages de ce mode d'opération pour leur opposer plus tard les avantages d'un autre procédé qui consiste à effectuer la division *à rebours*, de manière à déterminer les chiffres du quotient par groupes de deux ou de trois, suivant les cas, mais en commençant par les chiffres d'ordre inférieur pour n'obtenir qu'en dernier lieu ceux de l'ordre le plus élevé. On nous permettra de dire immédiatement que, après l'examen le plus approfondi de la question et des diverses méthodes susceptibles d'être employées, nous nous sommes définitivement arrêté à celle qui vient d'être annoncée en tant que fournissant la solution la plus commode et la plus expéditive du problème dit des nombres premiers.

Avant d'exposer cette méthode, nous rappellerons que les propriétés de la méthode d'Eratosthène signalées dans notre précédent mémoire fournissent un moyen de reconnaître la divisibilité des nombres. Nous avons démontré en effet que les multiples des différents nombres premiers forment des suites périodiques, la valeur de la période étant, pour le nombre premier p , représentée par le produit $2.3 \dots n.p.$ et le nombre des éléments par le produit $(2-1)(3-1) \dots (n-1)$, n désignant le nombre premier immédiatement inférieur à p . Il suit de là que la liste des multiples du nombre premier p se trouve complètement déterminée quand on connaît l'ensemble des $(2-1)(3-1) \dots (n-1)$ multiples qui forment la première période. Ainsi, en ce qui concerne le nombre 7, pour lequel la période est $2.3.5.7 = 210$, et le nombre des éléments $(2-1)(3-1)(5-1) = 8$, il suffit de former les 8 premiers multiples non encore effacés de 7 à partir de son carré 49, savoir

49 77 91 119 133 161 203 217,

et les multiples suivants s'obtiennent par l'addition aux nombres précédents des divers multiples de 210. Les huit nombres qui vien-

nent d'être écrits sont donc représentatifs de la totalité des multiples de 7, et dès lors, pour savoir si un nombre est divisible par 7, il suffit de le diviser par 210 et de chercher si le reste est un des nombres précédents.

D'une manière générale, pour savoir si un nombre est divisible par le nombre premier p , il suffit de le diviser par le produit $2.3 \dots n. p.$, c'est-à-dire d'y supprimer des multiples de p de la forme $2.3 \dots n. p. \times K$, et de vérifier si le reste figure dans la liste des $(2 - 1)(3 - 1) \dots (n - 1)$ multiples de p formant la première période des multiples p , tels que les fournit la méthode d'Eratosthène.

Cette manière de procéder qui dérive immédiatement de la méthode d'Eratosthène et de ses propriétés, est en réalité la plus logique. Elle présente toutefois deux inconvénients. Le premier consiste en ce que la période destinée à servir de diviseur est variable avec chaque nombre premier. Le second inconvénient, plus grave que le premier, réside dans ce fait que la période est très rapidement croissante, ainsi que le nombre des éléments constituant le premier groupe des multiples à former pour chaque nombre premier. Cette croissance si rapide devient même un obstacle très grand pour l'application de cette méthode, parce que le nombre des multiples à former pour chaque nombre premier devient tellement grand que non seulement leur formation est longue et pénible, mais encore que la plupart d'entre eux se trouvent en dehors des limites fixées, en sorte que l'emploi de la méthode n'apporte aucune simplification.

Pour rendre nos explications plus claires, nous allons donner quelques exemples.

Supposons d'abord que nous ayons à chercher si le nombre 45871, non divisible par 2, 3 et 5, est divisible par 7. Pour le trouver, nous remarquons que la liste des multiples de 7 est amorcée par la suite des huit nombres suivants :

49 77 91 119 133 161 203 217

et que la période correspondante est 210. Nous devons donc diviser 45871 par 210, ce qui donne 91 pour reste. Nous en concluons immédiatement que 45871 est divisible par 7.

Cherchons de la même manière si 36793 est divisible par 7. En faisant la division par 210, nous trouvons le reste 43 : nous en déduisons que le nombre proposé n'est pas divisible par 7.

Nous devons alors chercher la divisibilité par les nombres premiers supérieurs à 7, ce qui nous oblige à faire la division par les périodes correspondantes à ces nombres. Ces périodes sont : 2310

pour 11, et 30030 pour 13 ; pour 17, la période devient 510510, nombre supérieur à 36793. Nous en concluons que le premier groupe des multiples de 17, nombre premier cependant peu élevé, dépasse le nombre proposé 36793. A plus forte raison en est-il de même pour les nombres premiers supérieurs à 17, en sorte que la méthode n'apporte ici aucune simplification.

Il n'y a donc pas lieu d'insister davantage, et cela d'autant moins que le point de départ du procédé consiste à remplacer un diviseur par un autre plus élevé, ce qui complique la division, au lieu de la simplifier. Nous avons dès lors à chercher des méthodes plus simples et surtout plus expéditives.

III

En prenant comme point de départ le fait de la périodicité révélé par la méthode d'Eratosthène, nous avons déjà montré dans le Mémoire rappelé plus haut que ce principe pourrait être appliqué d'une façon plus avantageuse en remplaçant la variabilité par la fixité. Nous ne reviendrons pas sur l'exposition déjà faite et sur les conséquences que nous avons tirées ; nous rappellerons simplement que nous avons été amené à construire des tables de période de base 100, ces tables ayant été calculées jusqu'à permettre la décomposition des nombres depuis 1 jusqu'à 100.000, mais pouvant être continuées bien au-delà ⁽¹⁾. Or précisément en cherchant à étendre ces tables, nous avons été conduit, par notre travail lui-même, à des améliorations de principe et de détail, d'où découlent des modifications d'exposition et de forme, sur lesquelles nous allons donner les explications nécessaires.

Nous ferons remarquer d'abord que les tables de formes diverses que l'on peut construire pour remplir le but proposé doivent, en vue d'être vraiment pratiques et utiles, satisfaire à certaines conditions. En premier lieu, elles ne doivent pas être de trop grande étendue. Il faut en effet presque autant de temps pour construire de longues tables que pour construire directement les listes de multiples qui seraient alors beaucoup plus avantageuses, sans compter que plus les tables sont étendues, plus il est difficile de les vérifier pour les

(1) Par suite d'un défaut de corrections qui s'était produit en dehors de la volonté de l'auteur, un certain nombre d'erreurs existant dans les tables imprimées n'avaient pu être rectifiées. Nous ne relevons pas ces erreurs, parce que nous publions aujourd'hui de nouvelles tables devant remplacer les précédentes.

rendre absolument exactes ; plus aussi il faut de temps pour les feuilleter, lorsqu'on veut s'en servir. Comme il importe avant tout d'être expéditif, il est nécessaire d'avoir des tables d'un maniement matériel facile, et par conséquent de faible étendue, nous ajouterons même, aussi courtes que possible. En second lieu, ces tables doivent exiger, dans leur utilisation, le minimum de calculs et d'écritures, toujours pour cette raison fondamentale que les essais à faire sur un nombre, pouvant être très nombreux, doivent être faits dans le moindre temps, sans quoi l'emploi des tables cesse d'être préférable aux divisions directes dont nous avons déjà parlé.

Il faut en résumé que ces tables aient la plus grande ressemblance avec des tables de multiples dans lesquelles on puisse trouver *presque* directement si le nombre à étudier y figure ou non. Ce sont ces considérations fondamentales qui nous ont conduit à adopter exclusivement les tables de base 100 et de base 1000 sous la forme que nous allons faire connaître. Nous nous contenterons de faire connaître la construction et le mécanisme des tables de base 100 ; les tables de base 1000 sont d'ailleurs absolument semblables.

Construction des tables de base 100. — Laisant de côté toute idée de périodicité et par conséquent toute analogie avec les tables déjà existantes, le principe sur lequel nous nous appuyons est le suivant :

Les deux derniers chiffres à droite des produits obtenus en multipliant un même nombre, non divisible par 2 ou par 5, par des nombres variables, dépendent uniquement des deux derniers chiffres de ces facteurs variables et varient avec eux.

Soit a , un nombre que nous multiplions par deux autres nombres b et b' choisis de telle manière que les produits ab et ab' aient les mêmes chiffres d'unités et de dizaines. En désignant ces chiffres par u et d , et en représentant par c et c' leurs nombres de centaines, on aura les deux identités

$$(1) \quad ab = 100c + 10d + u$$

$$(2) \quad ab' = 100c' + 10d + u,$$

d'où par soustraction

$$(3) \quad a(b - b') = 100(c - c').$$

Le premier nombre de cette égalité étant divisible par 100, et le facteur a étant par hypothèse premier avec 100, le facteur $b - b'$ est alors divisible par 100. Ceci exige que les deux nombres b et b' aient les mêmes chiffres d'unités et de dizaines.

Réciproquement, si les deux facteurs b et b' ont les mêmes chiffres

d'unités et de dizaines, il en est de même des produits ab et ab' , comme il est facile d'ailleurs de le vérifier et même de le démontrer par la règle ordinaire de multiplication.

Nous ajouterons que, par le fait de l'égalité (3), le second membre étant divisible par a , la différence $c - c'$ est nécessairement divisible par a .

D'après cela si nous formons les 99 premiers multiples d'un nombre impair, d'abord deux quelconques de ces produits n'auront pas les mêmes deux derniers chiffres, et par conséquent les deux derniers chiffres de ces divers produits reproduiront l'ensemble des nombres de deux chiffres depuis 01 jusqu'à 99. En second lieu, pour reconnaître si un nombre donné N est divisible par a , il suffira, après avoir cherché celui des multiples de a qui a les mêmes deux derniers chiffres que N (et il y en a toujours un et un seul), de vérifier si la différence $c - c'$ entre les nombres des centaines de N et de a est divisible par a ; en outre, s'il en est ainsi, le quotient de N par a a pour groupe de ses deux derniers chiffres à droite, le nombre de deux chiffres par lequel il a fallu multiplier a pour obtenir le multiple dont on a fait usage.

Pour éclairer ceci par des exemples, proposons nous de rechercher si le nombre 8143 est divisible par 17. A cet effet, recherchons, parmi les 99 premiers multiples de 17, celui qui est terminé par 43, nous trouvons

$$17 \cdot 49 = 1343 ;$$

d'après ce qui précède, nous devons former la différence entre les nombres de centaines de ce dernier nombre et du nombre proposé, savoir : $81 - 43 = 68$ et rechercher si cette différence est divisible par 17. Comme il en est ainsi, le nombre 8143 est divisible par 17, le quotient étant d'ailleurs terminé par 49.

Il nous reste à ajouter que le nombre des centaines de ce quotient est égal au quotient de 68 par 17, c'est-à-dire à 4. En effet, nous avons, par suite de ce qui a été fait, l'égalité

$$\begin{aligned} 8143 - 1343 &= (81 - 43) \times 100 \\ &= 68 \times 100 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{d'où} \quad 8143 &= 68 \times 100 + 1343 \\ &= 17 \times 400 + 17 \times 49 = 17 \times 449. \end{aligned}$$

Au contraire le nombre 9243 n'est pas divisible par 17, parce que la différence $92 - 43 = 79$ n'est pas divisible par 17.

Considérons maintenant le nombre plus élevé 153397 et cherchons encore s'il est divisible par 17. Comme il a été dit, nous cher-

cherons parmi les 99 premiers multiples de 17 celui qui est terminé par 97, nous trouvons

$$17 \times 41 = 697 ;$$

nous avons alors à rechercher si la différence $1533 - 6 = 1547$ est ou non divisible par 17. A cause de la grandeur de cette différence, ce cas est loin d'apparaître immédiatement comme dans les deux exemples précédents. Mais nous remarquerons que nous retombons sur le même problème que le problème proposé, mais avec cette simplification que le nouveau nombre a deux chiffres de moins que le premier. La même méthode que plus haut est donc encore ici applicable, et en cherchant dans les 99 premiers multiples de 17 celui qui est terminé par 47, nous trouvons précisément

$$17 \times 91 = 1547.$$

Nous en concluons immédiatement que le nombre proposé 155397 est divisible par 17, et de plus que le quotient de cette division est formé par la juxtaposition des deux quotients 41 et 91 déjà obtenus ; en d'autres termes, on a

$$155397 = 17 \times 9141.$$

Ces exemples suffisent à montrer l'emploi qu'on peut faire de la liste des 99 premiers multiples de 17, pour trouver si un nombre quelconque, si grand qu'il soit, est divisible par 17. L'opération marche très vite et les chiffres du quotient se déterminent par groupes de deux, à condition toutefois que la division soit possible, ce qui est pour nous le seul cas intéressant, puisque, d'après la nature de nos recherches, nous écartons purement et simplement les cas de non-divisibilité.

Il est facile aussi d'après cela de voir comment devront être construites les tables dont nous avons à faire usage ; elles devront contenir les 99 premiers multiples des diviseurs premiers dont nous aurons à faire usage, par exemple des nombres premiers depuis 1 jusqu'à 10.000, si nous voulons analyser complètement tous les nombres depuis 1 jusqu'à 100.000.000. Chose curieuse, pour faire ces divisions à rebours, nous nous trouvons avoir besoin des mêmes tables que pour faire les divisions ordinaires. Notre méthode semblerait donc n'apporter aucune simplification. Cependant, même s'il en était ainsi, nous ne manquerions de faire remarquer que la division à rebours est plus expéditive et plus courte en écriture que la division directe, ce qui est déjà un grand avantage là où l'on doit tenir compte même des plus petites choses.

Mais il y a plus que cela, et l'on peut, par de légers artifices, se dispenser de construire des tables aussi longues. Ainsi qu'on peut

le voir dans les tables qui accompagnent ce mémoire, nous nous sommes contentés de calculer les 99 premiers multiples de tous les nombres impairs non terminés par 5 et inférieurs à 100, ce qui nous permet de faire, comme il a été expliqué, l'essai des diviseurs inférieurs à 100. Or il est facile, avec la table ainsi obtenue, de passer à l'essai des diviseurs supérieurs à 100. Supposons, par exemple, que nous ayons à faire sur un nombre donné l'essai du diviseur premier 131. Les tables déjà construites nous donnent les 99 premiers multiples de 31, sur chacun desquels nous avons isolé les deux derniers chiffres à droite pour mettre en évidence les nombres de centaines qui d'après la méthode, doivent être retranchées des centaines du nombre. C'est ainsi que nous avons

$$31 \times 97 = 3007$$

On déduit de là l'égalité nouvelle

$$\begin{aligned} 131 \times 97 &= (100 + 31) \times 97 = 31 \times 97 + 97 \times 100 \\ &= 3007 + 97 \times 100 \\ &= 3000 + 9700 + 07 \\ &= (30 + 97 \times 1) \times 100 + 07 \end{aligned}$$

Donc dans ce cas le nombre 30 qui figure dans la table comme nombre de centaines à retrancher, doit être augmenté du facteur 97 qui accompagne 31 dans le produit considéré.

De même si l'on avait à essayer le diviseur premier 631, on aurait

$$\begin{aligned} 631 \times 97 &= (600 + 31) \times 97 \\ &= 97 \times 600 + 31 \times 97 \\ &= 97 \times 600 + 3000 + 07 \\ &= (30 + 97 \times 6) \times 100 + 07 \end{aligned}$$

Donc dans ce nouveau cas le nombre 30 de centaines à retrancher doit être augmenté du produit par 6 du facteur conjoint à 31.

D'une manière générale, *quand on a à faire l'essai d'un diviseur supérieur à 100, on prend dans la table le diviseur inférieur à 100 terminé par les mêmes deux derniers chiffres, et l'on augmente le nombre des centaines relatifs à ce nombre du produit du facteur conjoint par le nombre des centaines du diviseur considéré.*

Pour nous faire mieux comprendre, nous allons donner quelques exemples.

1^{er} exemple. — Cherchons si le nombre 43539 est divisible par 631.

Nous nous reportons dans la table au diviseur 31, et nous trouvons

$$31 \times 69 = 2139,$$

ce qui nous donne 21 comme centaines à retrancher. Nous augmen-

terons ces 21 centaines de $69 \times 6 = 414$, ce qui nous donne

$$21 + 414 = 435,$$

c'est-à-dire les centaines du nombre proposé 43539. Ce nombre est donc divisible par 631, le quotient étant d'ailleurs 69.

2^e exemple. — Cherchons si le nombre 306849 est divisible par le nombre prendre 3527. Nous nous reporterons dans notre table au diviseur 27, et nous y trouvons

$$27 \times 87 = 2349.$$

Nous devons alors ajouter au nombre 23 de centaines, le produit $87 \times 35 = 3045$, ce qui nous donne ici pour centaines à retrancher

$$23 + 3045 = 3068,$$

c'est-à-dire encore précisément les centaines du nombre proposé 306849, lequel se trouve ainsi divisible par 3527, le quotient étant 87.

— On opérerait de la même manière si, au lieu d'un seul essai, on avait plusieurs essais successifs. Par conséquent, dans les cas analogues à ceux qui viennent d'être examinés, les nombres fournis par les tables doivent être augmentés des résultats fournis par une multiplication toujours courte et facile. Nous n'avons pas pensé que ces compléments à former pourraient être un obstacle à l'emploi de la table telle que nous la proposons. Il y a en effet une telle différence entre cette table si simple et celle qui contiendrait les 99 premiers multiples des nombres premiers inférieurs à 10.000 que nous ne croyons pas la moindre hésitation permise.

D'ailleurs, il est possible d'éviter les multiplications accessoires en joignant à notre table celle des 99 premiers multiples des 99 premiers nombres, table que tout le monde peut construire et que nous ne joignons pas à ce mémoire explicatif, pour ne pas l'allonger sans raison. L'ensemble de ces deux tables fournit donc très rapidement tous les résultats demandés, et par conséquent, notre table de base 100 ainsi complétée permet l'analyse aussi rapide que possible des nombres depuis 1 jusqu'à 100.000.000. Elle nous permet même de dépasser cette limite et d'atteindre telle limite qu'on voudra, car on remarquera aisément que, si à la grande rigueur notre table présente une lacune, cette lacune même constitue pour elle un très grand avantage et lui donne une parfaite élasticité, vu que, au lieu d'être une table fermée, elle constitue ainsi une table toujours ouverte et susceptible de la plus grande et la plus commode extension. Quel que soit, en effet, le nombre de centaines qu'un diviseur puisse présenter, la règle à suivre est toujours la même, et de plus, la table des 99 premiers multiples des 99 premiers nombres qui peut y être

jointe, permet d'obtenir rapidement un multiple quelconque de ces mêmes nombres. Cette dernière remarque fait voir d'ailleurs que, à la table des 99 premiers multiples, on peut substituer celle beaucoup plus courte des 9 premiers multiples des 99 premiers nombres, laquelle est en réalité suffisante.

Cette manière de compléter la table que nous présentons justifie ce fait qui a pu paraître étonnant, à savoir que nous avons calculé les 99 premiers multiples de tous les nombres impairs inférieurs à 100, sauf ceux terminés par 5, premiers ou non premiers. Nous avons vu en effet, dans un des exemples ci-dessus, que c'étaient les calculs faits sur le diviseur non premier 27 qui nous avaient permis d'obtenir les résultats relatifs au diviseur premier 627. Nous ajouterons que la conservation de tous les nombres inférieurs à 100 donne à la table une symétrie parfaite qui, non seulement la rend commode à présenter et facile à lire, mais qui fait en outre apparaître dans la succession des multiples des caractères de régularité rendant la construction et la vérification faciles et presque automatiques, ainsi que nous allons l'expliquer.

Avant d'entrer dans les détails concernant la disposition particulière donnée à notre table de base 100, nous ferons remarquer que nous lui avons donné une extension utile, mais non indispensable. Comme les seuls diviseurs premiers à essayer sont terminés par 1, 3, 7 et 9, il était strictement suffisant de former les multiples de ces nombres terminés par les mêmes chiffres 1, 3, 7 et 9, qui figurent en tête de quatre des tableaux qui constituent la table ci-jointe. C'est en réalité à l'un de ces quatre tableaux qu'il faut s'adresser en premier lieu pour faire l'analyse d'un nombre donné, suppression faite des diviseurs 2 et 5 qu'il pouvait primitivement contenir. Mais il peut arriver que l'une des différences obtenues au cours des opérations à exécuter soit elle-même divisible par 2 et par 5. Sans doute il est possible et facile de diviser cette différence par 2 ou par 5, de façon à obtenir un nombre terminé encore par 1, 3, 7 ou 9 ; mais il faut alors avoir la précaution de multiplier le quotient nouveau qu'on obtiendra par tous les facteurs 2 et 5 supprimés dans la différence considérée. Tout cela peut entraîner une perte de temps et des erreurs qui nuisent à la rapidité d'exécution que nous avons en vue. C'est pourquoi, vu la brièveté originelle de notre table, nous avons pensé que ce n'était pas l'allonger d'une façon incommode que de former les tableaux contenant les multiples terminés par 2, 4, 6, 8 et 5, lesquels pourront, le cas échéant, être consultés directement sans division préalable. L'ensemble de la table ainsi complétée reste encore fort

court, puisqu'il ne contient que 9 tableaux, et les opérations à exécuter présentent une simplicité et une régularité remarquables.

Pour nous faire bien comprendre, nous allons appliquer ces remarques à un exemple particulier et chercher si le nombre 130913 est divisible par 31, et dans ce cas quel est le quotient. En nous reportant au tableau portant en tête le nombre 3, nous trouvons comme multiple de 31, terminé par 13.

$$31 \times 23 = 713.$$

En retranchant 7 de 1309, nous trouvons la différence 1302 sur laquelle nous devons vérifier la divisibilité par 31. Si nous n'avons à notre disposition que les tableaux 1, 3, 7 et 9, nous devons diviser cette différence par 2, ce qui nous donne 651, et alors consultant le tableau 1 nous trouvons précisément

$$31 \times 21 = 651.$$

Mais alors, pour obtenir le quotient exact de 130913 par 31, il faut d'abord multiplier par 2 le quotient 21 fourni par le deuxième essai, ce qui nous donne 42 ; il n'y a plus maintenant qu'à juxtaposer ce quotient au quotient primitif 23, pour avoir le quotient cherché 4223. Si simple que soit cette manière d'opérer, il est plus rapide de se reporter à l'en-tête 2, qui nous donne immédiatement

$$31 \times 42 = 1302.$$

L'accroissement de rapidité serait encore bien plus grand, si l'on avait dû faire plusieurs divisions successives par 2 ou par 5.

Dans le cas où une différence se trouve terminée par un ou plusieurs zéros, il n'y a qu'à supprimer ces zéros et à opérer sur le nombre résultant, quitte à rétablir à la suite du quotient obtenu tous les zéros supprimés. Ainsi, soit à essayer la divisibilité par 43 du nombre 1506763. Le tableau 3 nous donne

$$43 \times 41 = 1763 ;$$

en retranchant 17 de 15067, il nous reste 15050. Supprimant le dernier zéro et nous reportant au tableau 5, nous y trouvons

$$43 \times 35 = 1505.$$

Le nombre proposé est donc divisible par 43, et nous obtenons le quotient complet par la juxtaposition des deux quotients 43 et 35, mais en mettant à la droite de ce dernier le zéro supprimé, ce qui nous donne 35043.

Les exemples donnés jusqu'ici montrent avec quelle rapidité et quelle commodité on peut analyser même de très grands nombres. Dans le dernier exemple notamment, on voit qu'une seule soustraction très brève a permis, sur un dividende supérieur à un 1 million de trouver un quotient de 5 chiffres. Tout le succès de l'opération

dépend donc ici de l'exactitude des tables, qui, pour être vraiment pratiques, ne doivent pas comporter la moindre erreur. Or il suffit d'en appeler aux calculateurs obligés de faire une longue série de calculs comme ceux qui sont nécessaires pour la construction des tables qui nous occupent, pour rappeler combien il est difficile d'éviter des erreurs même grossières et combien il est pénible et fastidieux de faire les vérifications nécessaires pour rectifier les erreurs qui ont pu se glisser dans les calculs sous une forme quelconque. C'est ce qui nous a amené d'une part à donner à notre table une forme particulière qui, outre une condensation plus grande, leur donne la commodité de construction et de vérification dont nous avons déjà parlé ; d'autre part à imaginer une forme particulière de calcul dont nous parlerons dans le paragraphe suivant.

Disposition des tables. — Après avoir modifié la construction des nos tables, ainsi que nous venons de l'expliquer, nous avons, comme dans notre précédent mémoire, réuni les multiples obtenus en tableaux portant en en-tête les groupes des deux derniers chiffres de chaque multiple. Nous avons ainsi 40 tableaux contenant chacun 40 produits, soit au total 1600 multiples. Ce nombre étant peu élevé, les vérifications n'étaient ni trop difficiles, ni trop longues ; mais lorsque nous avons voulu aborder la construction des tables de base 1000, nous nous sommes heurté à des difficultés vraiment considérables, car nous avons alors à construire 400 tableaux contenant chacun 400 produits, soit au total 160.000 produits à effectuer et à vérifier. Il s'imposait alors de chercher une disposition méthodique permettant de déduire de la façon la plus rapide et la plus commode possible la table de base 1000 de la table 100. C'est la disposition adoptée pour la table de base 1000 que nous avons appliquée à la table de base 100, sur la forme et le principe de laquelle nous allons donner les explications les plus indispensables.

La première colonne de chaque tableau ⁽¹⁾ contient l'indication des produits des 40 premiers nombres impairs de deux chiffres non terminés par 5 ; les seconds facteurs de ces produits sont incomplets et ne contiennent explicitement que le chiffre des unités : le chiffre des dizaines *remplacé par un point* peut être un des chiffres placés sur la même ligne horizontale en regard et à gauche de chacune des barres verticales. Quand on remplace le point par un de ces nombres, on obtient un produit qui, effectué, donne un nombre dont le dernier chiffre à droite commun à tous les produits contenus dans le même

(1) Consulter la table numérique placée à la fin de ce Mémoire.

tableau est l'en-tête de ce tableau, dont le second chiffre est au-dessous de cet en-tête sur la première ligne horizontale un peu à droite de la barre verticale voisine du chiffre choisi, les deux autres chiffres étant à côté de ce chiffre, mais à droite de la barre verticale. Ainsi, en prenant dans le tableau 1 le premier facteur 43 et le chiffre 8 placé à gauche de la cinquième barre verticale, on devra lire

$$43 \times 87 = 3741$$

Cette disposition très simple fournit un tableau à entrée multiple et permet de réunir dans un même cadre dix tableaux portant autrefois les en-tête 01, 11, 21, jusqu'à 91.

Le problème que nous nous sommes alors proposé de résoudre était celui-ci : *Etant donnés le chiffre placé à gauche d'une barre verticale de rang quelconque et le produit correspondant dont le nombre des centaines est à droite de cette barre, tandis que le chiffre des dizaines est en tête de la même colonne verticale, trouver le chiffre placé à gauche de la barre immédiatement suivante et le nombre des centaines du nouveau produit.*

En d'autres termes, et pour le même premier facteur, trouver le second chiffre du second facteur et les centaines du produit correspondant, quand le nombre des dizaines augmente d'une unité.

Ainsi, dans le tableau 1, en prenant dans la ligne horizontale contenant le facteur 17 le chiffre 8 placé à gauche de la deuxième barre verticale, nous trouvons

$$17 \times 83 = 1411 ;$$

il s'agit alors de trouver les deux nombres placés sur la même ligne à droite et à gauche de la troisième barre verticale de façon à former le multiple de 17 terminé par 21.

Pour cela, désignons par d et u les chiffres de dizaines et d'unités du premier facteur qui doit rester fixe, par u' les unités fixes aussi du second facteur et pour d' le nombre des unités choisi ; nous avons l'identité

$$(10d + u)(10d' + u') = 100dd' + 10(du' + ud') + uu'.$$

Les centaines du second nombre peuvent provenir des deux premiers termes, et les dizaines, des deux derniers. Pour faire varier d'une unité le nombre des dizaines du produit, nous devons, d'après l'énoncé du problème, augmenter les dizaines d' du second facteur d'un certain nombre minimum de dizaines d'' , ce qui nous donnera :

$$(10d + u)\{10(d' + d'') + u'\} = 100(dd' + dd'') + 10(du' + ud' + ud'') + uu',$$

égalité dans laquelle les dizaines du second membre proviennent des deux derniers termes, les centaines pouvant encore provenir des

deux premiers termes. Cela exige que le terme ud'' contenu dans la deuxième parenthèse soit terminé par 1. Donc

pour	$u = 1$	on aura	$d'' = 1$
—	$u = 3$	—	$d'' = 7$
—	$u = 7$	—	$d'' = 3$
—	$u = 9$	—	$d'' = 9$.

Quant au nombre des centaines du produit, il augmente d'une part du nombre dd'' d'autre part des dizaines du produit ud'' . Ainsi, dans le cas de $u = 1$, comme on a aussi $d'' = 1$, il en résulte $ud'' = 1$, et par conséquent les centaines du produit augmentent simplement des dizaines d du premier facteur. Dans ce cas qui est le plus simple, les nombres sont placés sur la même ligne horizontale à gauche de chaque barre verticale, tandis que les nombres placés à droite forment une progression arithmétique ayant pour raison le nombre des dizaines du premier facteur. Les résultats sont un peu moins simples pour les autres cas ; mais le calcul est toujours facile et suffisamment rapide. Il reste à ajouter que lorsque la forme $d' + d''$ atteindra ou dépassera 10, on devra, au lieu des valeurs positives trouvées pour d'' , les remplacer par les compléments à 10 de ces mêmes valeurs prises négativement.

Cette théorie, qui s'applique avec les modifications nécessaires aux tables de base 1000, permet de les construire plus rapidement et plus sûrement que par n'importe quel autre procédé. Par contre, elle est loin d'être indispensable à la construction de la table beaucoup plus courte de base 100 ; elle permet surtout un mode de présentation de cette dernière qui la rend, comme forme, absolument analogue à sa voisine et facilitera, quand il y aura lieu, le passage de l'une à l'autre sans hésitation et sans difficulté.

Mais nous allons trouver bientôt une application curieuse de la théorie précédente, et c'est principalement à cause de cette application que nous l'avons exposée.

Limite d'application de la table de base 100. — Quand on ne se décide pas à appliquer dans son intégrité la méthode d'Eratosthène qui fournirait par une recherche directe dans une série de listes de multiples les renseignements nécessaires relatifs à la composition d'un nombre donné, il faut, comme nous l'avons dit, en commençant, se résigner à faire les essais successifs qui s'imposent. La meilleure méthode est, sans contredit, celle qui rend ces essais aussi semblables que possible à la recherche dont nous parlons et permet d'opérer le plus rapidement, avec le minimum d'écritures et de calculs.

Or la table de base 100, malgré son extrême simplicité, satisfait certainement à ces conditions. D'abord, par sa construction et moyennant un très léger complément que nous lui adjoignons et sur lequel nous nous expliquerons, elle donne, pour ainsi dire par simple lecture, les renseignements relatifs à tous les nombres non supérieurs à 10.000. Pour les nombres jusqu'à un million, une seule soustraction très courte suffit toujours, et deux soustractions au plus conduisent jusqu'à cent millions. Mais là ne s'arrête pas la puissance de la table qui est, comme nous l'avons dit, et qui reste une table *ouverte*. Il est en effet possible, avec son aide, et moyennant des multiplications préalables très simples, d'y faire entrer tous les diviseurs premiers possibles, si grands qu'ils soient. En supposant qu'on ne veuille faire usage que des diviseurs premiers inférieurs à 10.000, on peut faire, à l'aide de deux soustractions au plus, l'analyse complète de tous les nombres jusqu'à cent millions. Mais en introduisant les diviseurs premiers supérieurs à 10.000, on peut analyser, toujours d'après la même méthode, tous les nombres possibles, si grands qu'ils soient. *La division se fait, ainsi que nous l'avons dit, à rebours, beaucoup plus rapidement que par la forme ordinaire de division, avec la détermination par groupes de deux des chiffres du quotient, en commençant par ceux de l'ordre le moins élevé, et cela sans ambiguïté, sans chevauchement de ces nombres les uns sur les autres,* ainsi qu'il arrivait dans la méthode que nous avons précédemment exposée.

La table de base 1000 présente une puissance ou plutôt une rapidité plus grande, car, renseignant directement sur les nombres non supérieurs à 100.000, elle permet d'un seul bond, c'est-à-dire par une seule soustraction, de s'élever jusqu'à cent millions. Mais, par contrepartie, elle présente l'inconvénient d'être beaucoup plus étendue que celle de base 100 et, par conséquent, beaucoup plus longue à feuilleter et à consulter. En outre, pour éviter dans le cours des essais les divisions par 2 et par 5, il faudrait faire les tableaux des nombres terminés par 2, 4, 6, 8 et 5, ce qui donne à la table une étendue plus que double. De toutes façons, la manipulation est rendue plus longue, en sorte que l'avantage de la table disparaît presque tout entier devant cet inconvénient. C'est pourquoi, malgré le nombre d'opérations un peu plus grand nécessaires pour atteindre les très grands nombres, la table de base 100 reste comme la seule vraiment pratique à tous les points de vue, y compris le point de vue économique, qui, dans ces questions, n'a jamais été dédaigné.

IV

Quel que soit le procédé employé, direct ou indirect, pour analyser les nombres, la nécessité de calculer des listes plus ou moins longues de multiples s'impose absolument. C'est ainsi que, dans la table de base 100, nous devons calculer 40 multiples de chacun des diviseurs employés et 400 dans les tables de base 1000. Ces opérations ne vont pas sans quelques difficultés ni longueurs, sans compter les chances d'erreur toujours trop nombreuses. En raison de cela, nous avons songé, pour nous faciliter le travail, à employer la méthode graphique. Cet essai nous a donné des résultats intéressants que nous allons faire connaître.

Principe de la méthode graphique de calcul. — La première nécessité qui s'impose est celle de faire correspondre à un nombre un élément géométrique, point ou droite, de façon que la connaissance de l'un des deux éléments, numérique ou géométrique, entraîne la détermination complète de l'autre. Le procédé que nous employons est le suivant. Nous partageons les nombres impairs non terminés par 5, seuls utiles pour nous à considérer, en quatre groupes d'après le chiffre de leurs unités 1, 3, 7, 9. Considérant alors les nombres d'un même groupe, ceux terminés par 1 par exemple, nous portons les dizaines en abscisses, et les centaines en ordonnées descendantes ; nous obtenons alors des cadres comprenant dix divisions horizontales et un nombre illimité de divisions verticales. Pour chacun des points de division on mène des parallèles aux axes de coordonnées, ce qui donne un quadrillage dont chaque point de rencontre des lignes verticales et horizontales correspond au nombre admettant pour dizaines l'abscisse de ce point et pour centaines l'ordonnée de ce même point. En augmentant indéfiniment la ligne verticale des ordonnées, on peut ainsi représenter dans un même cadre de longueur variable tous les nombres possibles terminés par 1.

On opère de la même manière pour les trois autres groupes de nombres terminés par 3, 7 et 9.

On peut encore, pour obtenir des cadres plus larges, ce qui ne présente que des avantages sans aucun inconvénient, compter en abscisses les dizaines jusqu'à 100, depuis 01 jusqu'à 99, et alors porter en ordonnées les mille du nombre. De la sorte un seul tableau contenant 100 divisions horizontales et 100 divisions verticales repré-

sente l'ensemble des nombres terminés par le même chiffre, 1 par exemple, depuis 1 jusqu'à 100.000, tandis qu'un cadre ne contenant que 10 divisions horizontales et 100 divisions verticales ne représente les mêmes nombres que jusqu'à 10.000.

Pour ne pas donner à nos figures explicatives une trop grande étendue, nous nous placerons dans le cas de dix divisions horizontales, ce qui ne change rien à la nature des résultats.

Cela étant, supposons que le produit d'un certain facteur fixé a composé de d dizaines et de u unités par un autre facteur b , susceptible de varier, mais contenant primitivement d' dizaines et u' unités soit un nombre N terminé par un certain chiffre, tel que 1, et contenant D dizaines et C centaines. Nous nous proposons, comme dans le problème antérieurement traité, de chercher le plus petit nombre de dizaines d'' qu'il faut ajouter aux dizaines d' du second facteur b pour que les dizaines du nouveau produit surpassent d'une unité les dizaines du produit précédent N ; nous nous proposons également de chercher la variation du nombre des centaines de ce même produit.

Nous n'avons pas à reproduire la solution qui a déjà été donnée ; nous n'avons qu'à rappeler et à compléter les résultats obtenus.

La première remarque à faire est celle-ci : le nombre de dizaines cherché d'' et l'augmentation du nombre C de centaines du produit N sont indépendants de la composition du facteur variable b et dépendent uniquement de celle du facteur fixe a . Il en résulte immédiatement cet autre fait que, si l'on résout plusieurs fois de suite le même problème en cherchant les multiples successifs du facteur a qui correspondent à une augmentation constante d'une unité dans le nombre des dizaines de ces multiples correspondant eux-mêmes à une variation minima constante d'' du nombre de dizaines du facteur variable b , le nombre total d'accroissement des centaines des produits N est proportionnel au nombre d'accroissements des dizaines de ces mêmes produits. D'où cette conclusion importante : *Les points qui correspondent à ces produits successifs N sont tous sur une même ligne droite*, et par conséquent la connaissance de deux de ces points suffit pour construire cette droite et connaître par suite, *sans effectuer de calculs*, tous les produits correspondant à ces points en ligne droite.

Les droites qui fournissent ces divers produits sont nécessairement limitées, et, dans le mode particulier que nous adoptons dans cette exposition, chacune d'elles correspond à un total de dix multiples du même facteur a et pas davantage. Or il est possible, étant donnée une de ces droites, d'en déduire toutes les autres.

Soit en effet C le nombre des centaines d'un de ces multiples N correspondant à un certain nombre de dizaines D ; pour obtenir un nouveau multiple N' dont le point représentatif soit sur la même verticale que le point représentatif du produit N , il suffit de faire varier le nombre des centaines de N , en laissant fixe le nombre de ses dizaines D . Le nombre de centaines C' qu'il faut ainsi ajouter à C doit être tel que le produit $100C'$ soit divisible par a , et comme par hypothèse, a est premier avec 100, il faut et il suffit que C' soit divisible par a . Donc, en ajoutant à C , ordonnée du point N , les multiples successifs de a , on obtiendra sur la verticale qui contient le point N autant de points qu'on voudra qui correspondront à des multiples du facteur a , et sur la même verticale il n'y en aura pas d'autres.

Dès lors, en menant par les divers points ainsi obtenus des parallèles à la droite contenant, entre autres multiples de a , le multiple N , chacune de ces droites, qui sont toutes parallèles et équidistantes, fournira dix nouveaux multiples de a .

Nous arrivons ainsi à cette nouvelle conclusion :

Tous les multiples du même facteur premier a , terminés par un même chiffre d'unités, correspondent à une série de points situés sur un réseau de droites parallèles et équidistantes.

On conçoit immédiatement l'importance capitale de ce résultat au point de vue du calcul des multiples successifs d'un nombre premier a . Des calculs, sinon difficiles, du moins fastidieux par leur interminable longueur, et sujets à de si nombreuses causes d'erreurs, sont remplacés par de simples tracés de lignes droites, pour lesquelles une exactitude parfaite ainsi qu'un parallélisme et une équidistance rigoureuse suffisent pour garantir l'exactitude des résultats obtenus. Nous avons ainsi la substitution complète du graphique au calcul, avec tous les avantages de cette substitution, avantages parmi lesquels il faut compter comme l'un des plus importants celui de fournir des résultats directement saisissables et comme tangibles. Un graphique parle aux yeux, tandis que les nombres sont muets et aveugles.

Pour compléter l'exposé de cette méthode graphique, nous rappellerons que, d'après notre analyse, deux points, c'est-à-dire deux multiples, suffisent pour la détermination d'une droite et par conséquent pour la construction complète du réseau de droites correspondant à un même diviseur a . Nous pouvons alors nous demander si le second point nécessaire ne peut pas être remplacé par une relation simple liant ses éléments, ou mieux ses coordonnées, au diviseur considéré. Nous savons déjà que l'abscisse du

point N' diffère d'une unité de celle du point N ; il nous suffirait donc de connaître la différence d'ordonnée de ces deux points, différence correspondant à la différence entre les nombres des centaines des deux nombres correspondants.

Nous n'avons pour cela qu'à nous reporter à la solution du problème déjà rappelé. Il a été trouvé que cette variation est égale au nombre dd'' augmenté du nombre des dizaines du produit ud'' . Plusieurs cas sont alors à distinguer suivant le nombre u des unités du diviseur a .

1^{er} cas : $u = 1$. — On a alors $d'' = 1$, d'où $ud'' = 1$, et $dd'' = d$. Par conséquent la variation cherchée est égale au nombre de dizaines du diviseur a .

Considérons par exemple le diviseur $a = 31$. D'après ce qui vient d'être trouvé, les ordonnées des points consécutifs correspondant aux multiples de 31, considérés, points qui se trouvent sur une même droite, ces ordonnées, disons-nous, diffèrent de 3 unités. Pour 71, elles différeraient de 7, et ainsi de suite.

2^e cas : $u = 3$. — On a alors $d'' = 7$, et par suite $dd'' = 7d$, $ud'' = 3 \times 7 = 21$. La variation cherchée s'obtient en augmentant de 2 unités le produit $7d$.

Ainsi pour $a = 47$, cette variation serait $4 \times 7 + 2 = 30$.

Comme on le voit, cette variation augmente rapidement avec le nombre des dizaines d du diviseur a . Or, il est possible, dans ce cas, d'obtenir un résultat plus simple.

Considérons en effet un premier multiple N de a dont le point représentatif se trouve sur une certaine verticale définie par le nombre de dizaines de N . Dans le voisinage de ce point, se trouvent sur la verticale de rang immédiatement supérieur deux points, l'un au-dessous, l'autre au-dessus du premier point. Le premier, c'est-à-dire celui qui est représentatif du multiple de l'ordre le plus élevé correspond à une variation positive de centaines de N , qui vient d'être calculée ; le second est au contraire représentatif d'un multiple d'ordre moins élevé que n'est N , et correspond par suite à une variation négative de centaines de N . Pour trouver la valeur de cette variation négative, nous rappellerons que, d'après ce qui a été dit, l'ordonnée de ce point le plus élevé diffère de a unités de l'ordonnée du point le plus bas. La variation négative cherchée a donc pour valeur

$$\begin{aligned} 7d + 2 - a &= 7d + 2 - (10d + 3) \\ &= -(3d + 1). \end{aligned}$$

La valeur absolue de cette variation s'obtient donc en augmentant d'une unité le produit par 3 des dizaines du diviseur a .

Il en résulte que le point le plus haut est plus voisin du point représentatif de N , et, par suite, il y a avantage à aller de bas en haut plutôt qu'à aller de haut en bas.

Donc, tandis que, dans le premier cas de $u = 1$, les droites de construction pour le calcul des multiples sont descendantes de gauche à droite, au contraire dans le cas de $u = 3$, il est plus avantageux de prendre ces droites ascendantes et toujours de gauche à droite.

On procéderait de la même manière pour les deux autres cas, et nous nous contentons de mentionner les résultats qui sont les suivants :

pour $u = 7$, la variation est positive et égale à $3d + 2$;

pour $u = 9$, la variation est négative, sa valeur absolue étant égale à $d + 1$.

Donc, sur quatre cas possibles, il y en a deux où les droites de construction sont descendantes, savoir $u = 1$ et $u = 7$; il y en a deux autres où elles sont ascendantes : ce sont les cas $u = 3$, $u = 9$. De toute façon, quel que soit le diviseur considéré, sa forme fait immédiatement connaître le point le plus voisin du point représentatif du premier multiple choisi N . Par conséquent, pour un diviseur donné et par suite de composition connue, le calcul direct d'un seul de ses multiples suffit pour la construction complète du réseau de droites destiné à fournir tous ses multiples.

Les résultats qui viennent d'être trouvés fournissent en définitive les coefficients angulaires positifs ou négatifs des droites correspondant aux divers diviseurs possibles. Il reste à savoir, si réciproquement, un coefficient angulaire de valeur numérique entière détermine le diviseur correspondant : c'est en effet la condition nécessaire pour que la substitution du graphique au calcul soit véritablement complète et n'exige avec elle aucune autre indication, même la plus simple.

Considérons pour cela les deux cas $u = 1$, $u = 7$, qui correspondent aux directions descendantes, et faisons choix d'un nombre terminé par 7; nous pouvons l'écrire sous la forme $10d + 7$, et nous savons que le coefficient angulaire des droites de construction des multiples de ce nombre ont un coefficient angulaire égal à $3d + 2$. Or le nombre $(3d + 2) \times 10 + 1$, terminé par 1, admet des droites de construction dont le coefficient angulaire égal lui aussi à $3d + 2$. Mais on remarquera que le nombre $(3d + 2) \times 10 + 1$ est

précisément le triple du nombre $10d + 7$, en sorte qu'il n'est pas premier. Donc, en s'en tenant uniquement aux diviseurs premiers, deux nombres terminés l'un par 7, l'autre par 1, admettent des droites de construction à coefficient angulaire différent, en sorte qu'il n'y a pas de confusion possible.

Dès lors si sur un graphique on voit une droite descendante de coefficient angulaire c , elle correspond toujours au nombre $10c + 1$. Toutefois si ce nombre est divisible par 3, on lui substitue le nombre $\frac{c-2}{3} \times 10 + 7$.

On verrait de la même manière que la confusion n'est pas possible entre les coefficients angulaires des droites ascendantes correspondant aux nombres terminés par 3 et par 9, et qu'une direction de coefficient angulaire c correspondrait toujours au nombre $(c-1) \times 10 + 9$. Toutefois, si ce nombre est divisible par 3, on lui substituera le nombre $\frac{c-1}{3} \times 10 + 3$.

Avantages de la méthode graphique. — Il est, nous semble-t-il, superflu d'insister sur les avantages considérables que présente la méthode graphique; nous les avons déjà, en quelques mots, signalés, et cette indication suffit déjà. Nous croyons cependant devoir dire encore que cette méthode paraît être la méthode la plus parfaite et la plus complète concernant la composition des nombres. Quand sur un cadre, ou une série de cadres dont le nombre et les dimensions correspondent aux limites qu'on s'est imposées, on a tracé les lignes de construction correspondant aux divers diviseurs premiers à utiliser, il suffit de jeter les yeux sur ce cadre pour être immédiatement renseigné sur tous les nombres qu'il peut contenir. 1° Quand, par un point représentatif d'un nombre ne passe aucune droite de construction, le nombre représenté est premier; 2° quand par un point passe une droite de construction, le nombre représenté admet pour diviseur le nombre premier correspondant au coefficient angulaire de cette droite, tel que nous avons appris à le calculer; 3° quand plusieurs droites de construction se croisent sur un même point, le nombre représenté par ce point admet pour diviseurs les nombres premiers correspondant aux directions de ces diverses droites.

La solution du problème est donc aussi complète que possible. Toutefois, si les avantages théoriques sont indiscutables, les tables graphiques ne sont pas sans présenter un certain nombre d'inconvénients pratiques. En premier lieu, elles pècheront toujours par l'étendue en

surface qui devra être au moins aussi grande que pour les tables numériques. En second lieu, quand sur un même cadre on a tracé toutes les lignes de construction correspondant aux divers nombres premiers à employer, il en résulte une confusion qui ôte à la table sa clarté et rend la lecture parfois fort difficile. Enfin, quand on est obligé de faire entrer en ligne de compte des diviseurs premiers élevés, les lignes de construction, en se rapprochant de plus en plus de la verticale, deviennent extrêmement tendues, si bien qu'il devient fort difficile de les construire, surtout, si au lieu d'une feuille continue, on est obligé d'avoir, ce qui serait le cas ordinaire, une série de feuilles séparées. Et même, en supposant que cette construction reste encore possible, les points de rencontre d'une même droite de construction avec les verticales consécutives finissent par être tellement séparés qu'il y a la plus grande difficulté, même à suivre le tracé de la ligne.

Ces difficultés d'ordre pratique sont loin d'être négligeables, parce qu'elles se présentent inévitablement et de la façon la plus apparente, lorsqu'on veut atteindre les très grands nombres. Une table de 1 à 10.000 cesse déjà d'être claire, lorsqu'on veut tout introduire dans les mêmes quatre cadres. C'est pourquoi, au lieu de donner ici ces tables, nous nous contenterons, sur un premier cadre servant pour les nombres terminés par 1, de 1 à 10.000, de construire les droites correspondant aux diviseurs premiers 19 et 31 ; sur un autre cadre servant aux nombres terminés par 3, de construire les lignes correspondant aux diviseurs premiers 13 et 17 ⁽¹⁾.

Correspondance entre les tables numériques et les tables graphiques.

— C'est la longueur des opérations jointe à la difficulté de rectification des nombreuses erreurs toujours commises qui nous ont amené à la substitution au calcul de la méthode graphique, et l'étude de celle-ci nous a conduit aux propriétés intéressantes que nous venons de signaler. Toutefois, les deux méthodes, quoique différentes, ne doivent pas être étrangères l'une à l'autre. Il doit en être ici, comme en géométrie analytique, où l'analyse et la géométrie sont tellement combinées que chacune est l'interprétation de l'autre et qu'elles expriment toutes deux la même pensée dans des langages différents. C'est même cette connexité de pensée qui constitue tout l'intérêt de cette science complexe, car les deux procédés, analytique et géométrique, se suivent, se substituent et se mélangent tellement qu'on ne sait plus où l'un finit et où l'autre commence.

⁽¹⁾ Voir les planches I et II à la suite du Mémoire.

Il est intéressant de rechercher s'il existe ici une pareille connexité ; car alors les deux procédés de calculs qui seraient la traduction l'un de l'autre, pourraient se prêter un mutuel appui.

Or, après tout ce que nous avons dit, la chose est pour ainsi dire évidente. Rappelons-nous que nous nous sommes préoccupé de donner à nos tables numériques une disposition telle que les multiples juxtaposés d'un même diviseur terminés par le même chiffre aient leurs dizaines croissant par unités, exactement comme dans les tables graphiques. Nous avons eu à résoudre pour cela le même problème fondamental, dont la solution nous a servi dans l'une et l'autre méthode. D'ailleurs les en-têtes de nos tables numériques et de nos cadres graphiques sont absolument identiques ; il n'y a de différence que dans la présence ou l'absence des ordonnées ; mais la ressemblance visuelle se manifeste encore que les multiples d'un même diviseur se trouvaient de part et d'autre sur une même ligne droite, ici inclinée et là horizontale.

Mais en dehors de ces caractères presque extérieurs, l'idée fondamentale qui relie les deux méthodes et les différencie est celle-ci : *Les tables graphiques sont destinées à fournir tous les multiples de tous les diviseurs employés, tandis que les tables numériques ne fournissent pour chaque diviseur que les plus petits parmi tous les multiples situés sur la même verticale, c'est-à-dire ayant le même nombre de dizaines.*

Or, il est facile de voir que, ainsi envisagées, les deux méthodes concourent au même but, et peuvent se substituer l'une à l'autre et se prêter un mutuel appui. Pour rendre la chose sensible, considérons par exemple le calcul par l'une et l'autre méthode des multiples de 17.

Dans la méthode graphique nous nous sommes préoccupé de relier par des lignes les multiples les plus voisins, et nous avons vu que toutes ces lignes sont des droites parallèles, toutes ici descendantes, dont l'ensemble forme tout le réseau correspondant à la totalité des multiples de 17 situés dans notre cadre ⁽¹⁾.

Au contraire dans nos tables numériques, avec la même préoccupation fondamentale de juxtaposer les multiples dont les dizaines diffèrent d'une unité, nous nous sommes imposé cette condition absolue de ne prendre que les multiples de 17 d'ordre inférieur à 100. Cela revient à dire que nous n'avons pris, sur chaque verticale, que le multiple le plus faible. Dans les tables numériques, ces

(1) Voir la planche II à la suite du Mémoire.

multiples, ou plus exactement les nombres de centaines de ces multiples sont inscrits sur la ligne horizontale en tête de laquelle se trouve le facteur 17, tandis que, sur les tables graphiques, ils se trouvent à des hauteurs différentes sur les verticales consécutives et non tous sur les mêmes lignes de construction. Or, faisons pour un instant abstraction de ces lignes tout en conservant les points représentatifs des multiples qu'elles ont servi à former. Nous pouvons, pour grouper ces points, procéder de la manière suivante : d'abord nous réunirons par des droites les multiples les plus faibles se trouvant sur les verticales consécutives, ce qui nous donne une ligne brisée, servant à traduire la ligne horizontale numérique sur laquelle sont inscrits les multiples de 17 de rang inférieur à 100. Nous remarquerons ensuite que, sur chaque verticale de la table graphique, les ordonnées des points figuratifs des multiples de 17 se succèdent de 17 en 17; nous pouvons alors considérer en premier lieu les points séparés respectivement de ceux déjà considérés et groupés par un premier intervalle de 17, et réunir par des droites les points consécutifs. Il est clair qu'en opérant ainsi, nous formons une seconde ligne brisée égale et parallèle à celle déjà construite. Nous pouvons continuer de même en descendant toujours de 17 en 17, et, par suite en vertu de ce nouveau mode de groupement, tous les multiples de 17 se trouveront répartis sur une série de lignes brisées parallèles et équidistantes. Les points considérés sont restés les mêmes, bien entendu; seul le mode d'union, est différent et cela pour mettre le premier groupement en harmonie avec la table numérique et pour l'interpréter⁽¹⁾.

Mais alors, il sera facile de représenter numériquement tous les autres groupements graphiques, car il suffira, après avoir détaché de la table la ligne horizontale des nombres de centaines des multiples de 17, d'augmenter chacun de ces nombres d'une et plusieurs fois 17, pour former de nouvelles lignes horizontales qui seront les traductions numériques des lignes brisées successives que nous avons formées.

Nous obtiendrons ainsi, pour le tableau 3, les lignes suivantes :

(1) Cette manière d'opérer a été appliquée, non pas au diviseur 17, mais au diviseur 23, dans la planche IV, pour les nombres terminés par 9. Le graphique de la planche III, relatif aux nombres terminés par 7, est analogue à celui de la planche IV, toujours pour le diviseur 23; mais il a été fait, à dessein, inexact, pour montrer que la règle suffit à mettre en évidence les erreurs qui peuvent se glisser dans les calculs faits graphiquement. Pour rétablir l'exactitude, il suffit de descendre d'un rang les points situés sur les neuf dernières verticales de la première ligne brisée.

3

17	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
10	15	03	08	13	01	06	11	16	04	
27	32	20	25	30	18	23	28	33	21	
44	49	37	42	47	35	40	45	50	38	
61	66	54	59	64	52	57	62	67	55	
78	83	71	76	81	69	74	79	84	72	
95		88	93	98	86	91	96		89	

Ainsi complétée, la méthode numérique fournit exactement les mêmes résultats que la méthode graphique, et cela dans le même ordre et avec la même facilité de lecture, puisque les deux derniers chiffres des nombres sont mis en relief de la même manière. Par exemple, pour s'assurer si le nombre 4573 est ou non divisible par 3, il suffit, en isolant les deux derniers chiffres à droite, de chercher si le nombre restant à gauche, 45, se trouve dans la colonne verticale un peu à droite de laquelle se trouve en tête le nombre des dizaines 7 de ce nombre. Comme le nombre 45 figure dans cette ligne, la divisibilité a lieu ⁽¹⁾.

Au contraire, le nombre 5963 n'est pas divisible par 17, parce que le nombre des centaines 59 n'est pas dans la ligne verticale en tête de laquelle se trouve le nombre des dizaines 6 du nombre.

Or, il est manifeste que, au point de vue de la brièveté, tout l'avantage appartient à la méthode numérique qui prend ainsi sur la méthode graphique une revanche éclatante. L'avantage devient encore plus manifeste si l'on veut dépasser la limite 10.000 pour atteindre des limites plus élevées, et aussi quand on s'adresse à des diviseurs plus élevés : les tables graphiques exigent la manipulation de cadres de plus en plus nombreux, tandis que les tables numériques se contentent de l'addition de quelques nombres. Il est même en outre possible de simplifier encore au moins dans certains cas, le dispositif qui se rattache aux tables numériques.

Supposons par exemple qu'il s'agisse encore du diviseur 17 pour lequel nous avons pu former aussi simplement tous les multiples terminés par 3 et inférieurs à 10.000, et proposons-nous de former de la même manière les multiples de ce nombre inférieurs à la même limite, mais terminés par 1, 7, et 9. En principe il nous faudrait trois autres tableaux analogues au précédent. Or, si l'on remarque que la première ligne qui est extraite des tables ne contient que des nombres inférieurs à 17, il est clair que sur les 40 nombres qui se trouve-

⁽¹⁾ En se reportant à la planche II, on voit que le nombre 4573 se trouve sur une des lignes descendantes de divisibilité du nombre 17.

ront dans les premières lignes des quatre tableaux, un certain nombre se reproduiront et donneront par conséquent naissance aux mêmes lignes de verticales. Rien n'est plus simple que d'éviter ces répétitions ; il suffit pour cela de faire un tableau unique remplaçant les quatre tableaux, dans lequel on mettra en première ligne horizontale les nombres de 0 à 16, pour ajouter ensuite à chacun d'eux dans une même colonne verticale autant de fois qu'on voudra 17, jusqu'à atteindre 100 ou telle autre limite qu'on se fixera. En nous contentant de la limite 100 qui correspond pour les multiples complets à la limite 10.000, on a le tableau suivant :

17	0	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16
	1	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30	31	32	33
	2	34	35	36	37	38	39	40	41	42	43	44	45	46	47	48	49	50
	3	51	52	53	54	55	56	57	58	59	60	61	62	63	64	65	66	67
	4	68	69	70	71	72	73	74	75	76	77	78	79	80	81	82	83	84
	5	85	86	87	88	89	90	91	92	93	94	95	96	97	98	99		

qui nous permettra de reconnaître instantanément par simple lecture si un nombre quelconque, 6341 par exemple, inférieur à 10.000 est divisible par 17. Il suffit de chercher dans le tableau 1 le multiple de 17 terminé par 41 ; on voit que ce nombre contient 12 centaines, et alors il n'y a plus qu'à chercher dans le tableau précédent si le nombre 63 de centaines du nombre proposé se trouve ou non dans la ligne verticale commençant par 12. Comme 63 s'y trouve en effet, le nombre 6341 est divisible par 17. Il est d'ailleurs facile de trouver instantanément le quotient de cette division : en effet, d'une part, le quotient correspondant au multiple 1241 fourni par le tableau 1 est 73 ; d'autre part, le nombre 63 se trouve dans la troisième ligne horizontale, ces lignes horizontales étant numérotées à partir de 0. Il en résulte que le quotient cherché est égal à 373.

C'est en raison de ce dispositif très simple qu'il est possible de reproduire pour chaque nombre premier inférieur à 100 que nous avons pu dire plus haut que la table de base 100 fournit, *presque à simple lecture*, tous les multiples inférieurs à 10.000. Il suffit pour cela de joindre une table accessoire contenant tous les tableaux analogues à celui que nous venons de former pour le diviseur 17. C'est ce que nous avons fait dans les tables accompagnant ces lignes, en écartant toutefois les diviseurs trop simples 3, 7 et 11.

Cela nous conduit à cette remarque qu'il serait possible de dépasser la limite 10.000 pour atteindre la limite plus élevée 100.000. Il suffit d'augmenter l'étendue de chacun des tableaux précédents, en faisant les additions jusqu'à 1000, et en introduisant tous les divi-

seurs premiers inférieurs à 1000. Cela augmentera sans doute assez notablement cette table accessoire, mais si l'on réfléchit qu'alors la table de base 100 ainsi complétée fournit immédiatement tous les multiples inférieurs à 100.000 de tous les diviseurs premiers, que par une seule soustraction on arrive à dix millions, et par deux soustractions jusqu'à un milliard, on se rendra compte qu'il n'est pas inutile de construire ce complément qui augmente si considérablement la puissance de la table.

Les mêmes tables accessoires peuvent être aux tables de base 1000. En poussant les additions seulement jusqu'à 100 pour les diviseurs premiers inférieurs à 100, ces tables fourniront directement par simple lecture tous les multiples inférieurs à 100.000. En poussant au contraire les additions jusqu'à 1000 pour les diviseurs inférieurs à 1000, on aura des tables d'une énorme puissance, puisque : 1° par simple lecture, elle donne les nombres jusqu'à 1 million ; 2° par une seule soustraction, elle permet d'arriver à 1 milliard ; 3° par deux soustractions, elle s'élève jusqu'à mille milliards ou 1 trillion. Est-il vraiment possible de résoudre plus simplement l'analyse des très grands nombres, et ces méthodes si simples n'équivalent-elles pas en réalité à des tables complètes de multiples ?

Quoi qu'il en soit, la supériorité, au point de vue simplicité et brièveté, des tables numériques sur les tables graphiques s'affirme dans toute sa netteté. Mais il n'en est pas moins vrai de dire que les deux méthodes restent intimement unies, puisque par l'une on a pu compléter l'autre, et que chacune exprime les mêmes résultats sous des formes différentes mais concordantes.

V.

Synthèse des tables numériques et graphiques. — Il est temps, semble-t-il, de mettre fin à cette longue exposition. Mais nous ne voulons pas terminer, sans formuler des conclusions qui ne seront qu'un retour à la pensée qui nous est chère et que nous avons formulée au début de ce mémoire, à savoir qu'il serait raisonnable et utile de dresser l'état-civil de tous les nombres inférieurs à des limites beaucoup plus élevées qu'on ne l'a fait jusqu'ici. Pourquoi ne cataloguerait-on les nombres, comme les étoiles, au moins jusqu'à cent millions, en indiquant pour chacun d'eux leur plus petit diviseur premier, et en donnant du même coup la table de tous les nombres premiers jusqu'à cent millions ?

Nous n'avons pas à parler ici des questions de temps et d'argent ; nous n'avons à nous occuper que de la question dominante de construction. Or il est manifeste qu'une des raisons, la plus importante certainement, qui s'oppose à la construction de la table rêvée, c'est la longueur de formation des multiples des nombres premiers successifs et la difficulté qu'il y a à replacer dans leur ordre naturel les divers multiples formés, sans être sûr de n'en avoir omis aucun. A ce point de vue, la double méthode, numérique et graphique, que nous venons d'exposer, nous fournit une manière commode de lever la difficulté.

En premier lieu, au lieu d'écrire tous les nombres jusqu'à cent millions, ce qui représente un premier et considérable travail, nous nous contenterons de construire des tableaux conformément au principe de notre méthode graphique, en ayant soin de classer les nombres d'après leur chiffre d'unités. En supposant que nous portions en abscisses les dizaines jusqu'à 100, et en ordonnées les mille également jusqu'à 100, nous aurons par la simple écriture de 200 nombres formé dans chaque tableau 10.000 points représentant autant de nombres. L'ensemble des 4 tableaux correspondant aux chiffres d'unités 1, 3, 7 et 9 représente les 40.000 nombres impairs, non terminés par 5, inférieurs à 100.000. Avec 400 tableaux pareils, on arrive à la représentation de tous les nombres utiles jusqu'à cent millions. Le travail, jusqu'ici, n'est pas considérable.

Nous ferons immédiatement cette simple remarque que, en déplaçant légèrement les nombre portés en abscisses, on fait correspondre à chaque nombre, non plus *un point*, mais *une case*, ce qui va nous être pour la suite plus commode.

Les nombres successifs étant ainsi représentés, nous formerons, par l'une ou l'autre des méthodes que nous venons d'exposer ou par la combinaison des deux, les multiples successifs des divers diviseurs premiers en commençant par les plus petits. Nous reportant alors pour chaque nombre formé à la case qui le représente, nous inscrirons dans cette case, au fur et à mesure de leur formation, le diviseur premier dont ils sont les multiples. En faisant ainsi, et en passant aux diviseurs premiers successifs, il arrivera souvent qu'on retrouvera un multiple déjà formé, ce qu'on reconnaîtra à un nombre déjà inscrit dans la case correspondante. On se dispensera, dans ce cas, d'écrire le nouveau diviseur, en sorte qu'un multiple commun à plusieurs diviseurs premiers ne portera que la marque de son plus petit diviseur.

Ce travail de formation et d'inscription des divers multiples sera

singulièrement facilité tant par les tables numériques que par les tables graphiques qui sont, nous l'avons vu, la traduction l'une de l'autre, et qui sont de plus en harmonie complète avec les tableaux qu'il s'agit de remplir. Les opérations se font donc méthodiquement et sûrement, et leur complète exécution n'est qu'une question, en principe insignifiante, de temps. Quand le travail sera en entier terminé, les cases vides correspondront aux nombres premiers.

Nous avons le devoir de mentionner que cette manière de faire si simple et si claire à laquelle nous avons été conduit par la suite logique de nos travaux sur cette question, a déjà été signalée par notre collègue, M. LAISANT, au congrès de l'Association française pour l'avancement des sciences tenu à Marseille en 1901. Son mode de représentation des nombres est analogue au nôtre, avec la différence toutefois que les nombres ne sont pas groupés d'après leur dernier chiffre, ce qui l'oblige à conserver les nombres terminés par 5. M. LAISANT avait déjà fait remarquer que les multiples d'un même nombre, et particulièrement d'un nombre premier, forment une figure représentant « un quinconce formé de parallélogrammes régulièrement distribués sur le tableau » ⁽¹⁾, ce qui revient à dire que, dans la représentation par points, ces multiples sont disposés en lignes droites. Et M. LAISANT ajoutait : « Le procédé que nous « venons d'indiquer exigerait évidemment un certain temps et quelques dépenses matérielles ; mais il semble difficile d'en imaginer « un plus simple et qui donne prise à moins de chances d'erreurs. « Les seuls calculs à effectuer sont ceux qui concernent la construction des réseaux et nous en avons dès à présent préparé « les éléments de telle sorte que ces réseaux eux-mêmes pourraient « immédiatement être construits par une personne absolument « étrangère aux mathématiques.

« Nous joignons, disait-il en terminant, comme spécimen, « le type des réseaux des facteurs premiers 3, 7 et 19 » ⁽¹⁾.

Nous ne savons pas jusqu'à quelles limites M. LAISANT avait poussé son travail de préparation des réseaux ; mais ces réseaux ne sont au fond que les tables graphiques dont nous avons exposé le principe et les propriétés. Nous savons d'ailleurs que notre collègue a

(1) Mémoire de M. Laisant sur le congrès de Marseille (1901) et sur le congrès de Toulouse (1887).

complètement substitué à son idée de réseaux le mode de représentation par points et la construction des multiples par des lignes droites remplaçant ses quinconces.

Quoi qu'il en soit, nous nous autorisons de cette coïncidence d'idées avec un mathématicien de la valeur et de la notoriété de M. LAISANT pour insister avec lui sur la nécessité d'opérer comme nous le disons tous les deux. Et, pour ne pas nous contenter de prêcher de paroles, nous donnons l'exemple simple de construction, seul compatible avec ce mémoire, en appliquant cette méthode à la limite base 10.000, et en ne comptant que jusqu'à 10 les abscisses portées en dizaines, ce qui est en concordance avec nos tables numériques de base 100.

On reconnaîtra aisément la disposition rectiligne occupée par les diviseurs simples 3, 7, 11, 13, par exemple. Pour les diviseurs plus élevés, cette disposition devient moins évidente, d'abord à cause de la tension plus grande des lignes, en second lieu à cause de la suppression d'un grand nombre d'entr'eux, puisqu'on n'écrit pas un nouveau diviseur à côté d'un diviseur plus petit déjà inscrit.

Quant à la manière de se servir de ces nouvelles tables, elle se conçoit sans difficulté. Si, par exemple, on désire être renseigné sur les nombres 8 249 et 9 371, on se reporte au tableau à en-tête 9 pour le premier et à en-tête 1 pour le second. On détermine dans chacun de ces tableaux les cases correspondant à ces nombres d'après leurs abscisses ou dizaines respectives 4 et 7, et leurs ordonnées ou centaines 82 et 93. On trouve ainsi que le premier admet 73 pour plus petit diviseur, tandis que le second est premier.

Il est inutile d'insister davantage sur la commodité de pareilles tables, et nous terminerons en exprimant à nouveau le désir qu'on se décide à donner à la question des nombres premiers la seule solution rationnelle qu'elle comporte, savoir la construction de tables analogues et prolongées aussi loin que possible. En comptant les dizaines abscisses de 0 à 100, quatre volumes de 1 000 pages chacun renseigneraient immédiatement sur tous les nombres jusqu'à cent millions. Le résultat serait beaucoup plus important que tous ceux obtenus jusqu'à ce jour, et présenterait en outre une économie considérable de temps et de travail.

(1) *Loco citato*, pages 23-24.

pour décomposer les nombres en produits de facteurs premiers

1

3

	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
01×.1	000	4100	2100	3100	4100	5100	6100	7100	8100	9100	01×.3	000	1000	2000	3000	4000	5000	6000	7000	8100
03×.7	602	301	000	702	401	100	802	501	200	902	03×.4	000	702	401	100	802	501	200	902	601
07×.3	403	705	000	302	604	906	201	503	805	100	07×.9	202	504	806	101	403	705	000	302	604
09×.9	808	707	606	505	404	303	202	101	000	908	09×.3	706	505	404	303	202	101	000	908	807
11×.4	910	000	401	202	303	404	505	606	707	808	11×.3	708	809	910	000	101	202	303	404	505
13×.7	710	406	102	811	507	203	912	608	304	000	13×.1	304	000	709	405	101	810	503	202	911
17×.3	509	814	102	407	712	000	305	610	915	203	17×.9	510	815	103	408	713	001	306	611	916
19×.9	715	613	511	409	307	205	103	001	918	116	19×.7	307	205	103	001	918	816	714	612	510
21×.1	817	919	000	102	204	306	408	510	612	714	21×.3	409	511	613	715	817	919	000	102	204
23×.7	513	206	922	615	308	001	401	928	825	103	23×.1	614	307	000	716	409	102	818	511	204
27×.3	617	925	206	514	822	105	002	928	825	722	27×.9	902	928	825	722	619	516	413	304	207
29×.9	620	517	418	311	208	105	002	928	825	722	31×.3	104	207	310	000	723	619	516	413	304
31×.1	722	825	928	002	725	415	105	830	104	415	31×.9	930	620	310	000	723	619	516	413	304
33×.7	932	622	312	623	934	208	519	834	730	626	37×.9	107	418	522	418	314	210	106	002	937
37×.3	727	001	312	623	934	208	519	834	730	626	39×.7	730	626	522	418	314	210	106	002	937
39×.9	523	419	315	211	107	104	208	312	416	520	41×.3	939	626	522	418	314	210	106	002	937
41×.1	625	729	833	937	001	315	211	107	418	522	43×.1	209	939	626	522	418	314	210	106	002
43×.7	003	733	420	734	001	401	315	211	107	418	47×.9	423	737	004	318	632	946	842	737	632
47×.3	839	106	420	734	001	401	315	211	107	418	49×.7	423	737	004	318	632	946	842	737	632
49×.9	424	319	424	734	001	401	315	211	107	418	51×.3	527	211	111	948	632	316	000	737	632
51×.1	526	631	736	841	946	000	401	315	211	107	53×.1	745	005	322	639	956	216	533	850	414
53×.7	953	213	530	847	107	424	744	001	318	635	57×.9	745	005	322	639	956	216	533	850	414
57×.3	323	217	111	005	958	852	746	640	534	428	59×.7	320	104	004	956	638	744	850	956	001
59×.9	425	531	637	743	849	955	000	106	212	318	61×.3	320	104	004	956	638	744	850	956	001
61×.1	425	531	637	743	849	955	000	106	212	318	63×.1	320	104	004	956	638	744	850	956	001
63×.7	217	961	642	323	215	535	855	108	428	748	67×.9	860	753	646	539	666	219	539	859	412
67×.3	002	322	642	323	215	535	855	108	428	748	69×.7	860	753	646	539	666	219	539	859	412
69×.9	220	413	006	968	861	754	647	540	407	214	71×.3	966	002	109	216	323	430	537	644	111
71×.1	322	405	536	643	750	857	964	000	413	214	73×.1	108	859	537	215	366	644	859	760	429
73×.7	327	025	756	002	325	648	971	217	540	863	77×.9	108	859	537	215	366	644	859	760	429
77×.3	110	433	756	002	325	648	971	217	540	863	79×.7	330	653	976	222	545	868	114	437	760
79×.9	115	007	978	870	762	654	971	217	540	863	81×.3	651	759	867	975	217	545	868	114	437
81×.1	217	325	433	547	222	980	655	330	005	763	83×.1	651	759	867	975	217	545	868	114	437
83×.7	439	414	872	547	222	980	655	330	005	763	87×.9	660	986	225	551	877	768	325	000	758
87×.3	220	546	872	111	437	763	002	334	225	980	89×.7	660	986	225	551	877	768	325	000	758
89×.9	008	988	879	770	661	552	443	334	225	980	91×.3	330	439	548	875	766	875	984	002	111
91×.1	410	219	328	437	546	655	764	873	982	000	93×.7	911	330	439	548	875	766	875	984	002
93×.7	553	225	990	662	554	443	334	225	980	002	97×.9	996	228	557	886	118	447	776	008	337
97×.3	332	661	990	222	554	443	334	225	980	002	99×.7	996	228	557	886	118	447	776	008	337
99×.9	998	888	778	668	558	448	338	228	118	008										

3

2

3

0

1

2

3

4

5

0	1	2	3	4	5	6	7	8
04×.7	0 00	1 000	2 000	3 000	4 000	5 000	6 000	7 000
03×.9	6 02	3 01	0 00	7 02	4 01	1 00	8 02	5 01
07×.1	0 00	3 02	6 04	9 06	2 01	5 03	8 05	1 00
09×.3	2 02	1 04	0 00	9 08	8 07	7 06	6 05	5 04
11×.7	3 04	4 05	5 06	6 07	7 08	8 09	9 10	0 00
13×.9	3 05	0 01	7 10	4 06	1 02	8 11	5 07	2 03
14×.1	7 12	0 00	3 05	6 10	9 15	2 03	5 08	8 13
17×.1	5 10	4 08	3 06	2 04	1 02	0 00	9 17	8 15
19×.7	6 14	7 16	8 18	9 20	0 01	1 03	2 05	3 07
21×.9	7 18	4 11	1 04	8 20	5 13	2 06	9 22	6 15
23×.9	0 02	7 19	0 00	3 08	6 16	9 24	2 05	5 13
27×.1	4 14	7 19	0 00	3 08	6 16	9 24	2 05	5 13
29×.3	8 24	7 21	6 18	5 15	4 12	3 09	2 06	1 03
31×.7	9 30	0 02	1 05	2 08	3 11	4 14	5 17	6 20
33×.9	7 26	4 16	1 06	8 29	5 19	2 19	9 32	6 22
37×.1	1 04	4 15	7 26	0 00	3 11	6 22	9 33	2 07
39×.3	1 05	0 01	9 36	8 32	7 28	6 24	5 20	4 16
41×.7	2 11	3 15	4 19	5 23	6 27	7 31	8 35	9 39
44×.9	4 21	1 08	8 38	5 25	2 12	9 42	6 29	3 16
47×.1	8 38	1 05	4 19	7 33	0 00	3 14	6 28	9 42
49×.3	4 21	3 16	2 11	1 06	0 01	9 45	8 40	7 35
51×.7	7 29	6 34	7 39	8 44	9 49	0 03	1 08	2 13
53×.9	1 10	8 47	5 31	2 15	9 52	6 36	3 20	0 04
57×.1	5 29	8 46	1 06	4 23	7 40	0 00	3 17	6 34
59×.3	7 43	6 37	5 31	4 25	3 19	2 13	1 07	0 01
61×.7	8 53	9 59	0 04	1 10	2 16	3 22	4 28	5 34
63×.9	8 56	5 37	2 18	9 62	6 43	3 24	0 05	7 49
67×.1	2 14	5 34	8 54	1 07	4 27	7 47	0 00	3 20
69×.3	0 02	9 64	8 57	7 50	6 43	5 36	4 29	3 22
71×.7	1 12	2 19	3 26	4 33	5 40	6 47	7 54	8 61
73×.9	5 43	2 21	9 72	6 50	3 28	0 06	7 57	4 35
77×.1	9 70	2 16	3 39	8 62	1 08	4 31	7 54	0 00
79×.3	3 26	2 18	1 10	0 02	9 73	8 65	7 57	6 49
81×.7	4 38	3 46	6 54	7 62	8 70	9 78	0 05	1 13
83×.9	2 24	9 82	6 57	3 32	0 07	7 65	4 40	1 15
87×.1	6 53	9 79	2 18	3 44	8 70	1 09	4 35	7 61
89×.3	3 66	5 47	4 38	3 29	2 20	1 11	0 02	1 00
91×.7	7 70	8 79	9 88	0 06	1 15	2 24	3 33	4 42
93×.9	9 92	6 64	3 36	0 08	7 73	4 45	1 17	8 82
97×.1	4 30	6 59	9 88	2 20	5 49	8 78	1 10	4 39
99×.3	9 92	8 82	7 72	6 62	5 52	4 42	3 32	2 22

01	00	100	200	300	400	500	600	700	800	900
03	00	702	401	100	802	501	200	902	601	300
07	806	101	403	703	000	302	604	906	201	500
09	000	908	304	706	603	504	403	302	201	000
11	002	203	304	405	506	607	708	809	910	000
13	912	608	304	000	709	405	101	810	506	200
17	713	001	306	611	916	204	509	814	102	400
19	402	000	917	815	713	611	509	407	305	200
21	006	308	410	512	614	716	818	920	001	100
23	819	512	205	921	614	307	000	716	409	100
27	618	926	207	515	823	104	412	720	001	300
29	000	607	900	926	823	720	617	514	411	300
31	206	103	000	621	724	827	930	102	105	200
33	312	415	518	621	724	827	930	102	105	200
37	724	414	106	417	728	002	313	624	935	200
39	521	832	106	417	728	002	313	624	935	200
41	420	524	628	732	836	940	003	107	211	310
43	627	316	001	731	831	940	003	107	211	310
47	732	736	003	317	631	940	003	107	211	310
49	420	315	210	105	000	944	839	422	106	840
51	530	635	740	845	950	004	109	214	319	420
53	328	212	949	633	317	001	738	426	743	000
57	321	638	955	215	532	849	109	533	847	741
59	430	424	318	212	106	001	933	847	741	633
61	642	748	854	960	005	111	217	323	429	533
63	427	108	854	960	005	111	217	323	429	533
67	218	538	858	111	431	751	004	324	644	960
69	642	535	428	321	214	107	000	962	855	744
71	976	863	970	006	113	220	327	434	641	640
73	324	002	753	431	109	860	538	216	967	640
77	413	436	759	005	328	651	974	220	543	866
79	175	648	540	432	324	216	108	000	971	866
81	872	980	007	115	223	331	439	547	655	764
83	320	652	327	002	760	435	110	868	440	968
87	006	332	658	984	223	549	875	114	440	768
89	472	763	654	545	436	327	218	109	000	988
91	990	008	117	226	335	444	553	662	771	883
93	412	877	549	221	986	658	330	002	767	433
97	226	555	555	884	116	448	774	006	335	666
99	880	770	660	550	440	330	220	110	000	900

04X.2	0.00	1.00	2.00	3.00	4.00	5.00	6.00	7.00	8.00	9.00
03X.4	3.01	0.00	7.02	4.01	1.00	8.02	5.01	2.00	8.00	9.00
07X.6	8.06	1.01	4.03	7.05	0.00	3.02	6.04	9.06	2.01	5.03
09X.8	7.07	6.06	5.05	4.04	3.03	2.02	1.01	0.00	9.08	8.07
13X.2	8.09	9.10	0.00	1.01	2.02	3.03	4.04	5.05	6.06	7.07
43X.4	5.07	2.03	9.12	6.08	3.04	0.00	7.09	4.05	1.01	8.10
17X.6	0.01	3.06	6.11	9.16	2.04	5.09	8.14	1.02	4.07	7.12
49X.8	5.44	4.09	3.07	2.05	1.03	0.01	9.18	8.16	7.14	6.12
21X.2	6.13	7.15	8.17	9.19	0.00	1.02	2.04	3.06	4.08	5.10
23X.4	7.17	4.10	1.03	8.19	5.12	2.05	9.21	6.14	3.07	0.00
27X.6	2.07	5.15	8.23	1.04	4.12	7.20	0.01	3.09	6.17	9.25
29X.8	3.41	2.08	1.05	0.02	9.28	8.25	7.22	6.19	5.16	4.13
31X.2	4.13	5.16	6.19	7.22	8.25	9.28	0.00	1.03	2.06	3.09
33X.4	9.31	6.21	3.11	0.01	7.24	4.14	1.04	8.27	5.17	2.07
37X.6	4.17	7.28	0.02	8.34	6.24	9.35	2.09	5.20	8.34	1.05
39X.8	4.07	0.03	9.38	8.34	7.30	6.26	5.22	4.18	3.14	2.10
41X.2	2.09	3.13	4.17	5.21	6.25	7.29	8.33	9.37	0.00	1.04
43X.4	1.06	8.36	5.23	2.10	9.40	6.27	3.14	0.01	7.31	4.18
47X.6	6.34	9.45	2.12	5.26	8.40	1.07	4.21	7.35	0.02	3.16
49X.8	9.48	8.43	7.38	6.33	5.28	4.23	3.18	2.13	1.08	0.03
51X.2	0.01	1.06	2.11	3.16	4.21	5.26	6.31	7.36	8.41	9.46
53X.4	3.18	0.02	7.39	4.23	1.07	8.44	5.28	2.12	9.49	6.33
57X.6	8.45	4.09	4.26	7.43	0.03	3.20	6.37	9.54	2.14	5.31
59X.8	7.45	6.40	5.34	4.28	3.22	2.16	1.10	0.04	9.57	8.51
61X.2	8.50	9.56	0.01	1.07	2.13	3.19	4.25	5.31	6.37	7.43
63X.4	5.34	2.15	9.59	6.40	3.21	0.02	7.46	4.27	1.08	8.52
67X.6	0.04	3.24	6.44	9.64	2.17	5.37	8.57	1.10	4.30	7.50
69X.8	5.40	4.33	3.26	2.19	1.12	0.05	9.67	8.60	7.53	6.46
71X.2	6.44	7.51	8.58	9.65	0.01	1.08	2.15	3.22	4.29	5.36
73X.4	7.54	4.32	1.10	8.61	5.39	2.17	9.68	6.46	3.24	0.02
77X.6	2.20	5.43	8.66	1.12	4.25	7.58	0.04	3.27	6.50	9.73
79X.8	3.30	2.22	1.14	0.06	9.77	8.69	7.61	6.53	5.45	4.37
81X.2	4.34	5.42	6.50	7.58	8.66	9.74	0.01	1.09	2.13	3.25
83X.4	9.78	6.53	3.28	0.03	7.61	4.36	1.11	8.69	5.44	2.19
87X.6	4.40	7.66	0.05	3.31	6.57	9.83	2.22	5.48	8.74	1.13
89X.8	1.16	0.07	9.87	8.78	7.69	6.60	5.51	4.42	3.33	2.24
91X.2	2.20	3.29	4.38	5.47	6.56	7.65	8.74	9.83	0.01	1.10
93X.4	1.13	8.78	5.50	2.22	9.87	6.59	3.31	0.03	7.68	4.40
97X.6	6.61	9.93	2.25	5.54	8.83	1.15	4.44	7.73	0.05	3.34
99X.8	9.97	8.87	7.77	6.67	5.57	4.47	3.37	2.27	1.17	0.07

01X.6	0.00	1.00	2.00	3.00	4.00	5.00	6.00	7.00	8.00	9.00
03X.2	0.00	7.02	4.01	1.00	8.02	5.01	2.00	9.02	6.01	3.00
07X.8	3.04	8.06	1.01	4.03	7.05	0.00	3.02	6.04	9.06	2.01
09X.4	3.03	2.02	1.01	0.00	9.08	8.07	7.06	6.05	5.04	4.03
13X.6	4.05	5.06	6.07	7.08	8.09	9.10	0.00	1.01	2.02	3.03
44X.2	6.08	3.04	0.00	7.09	4.05	1.01	8.10	5.06	2.02	9.11
17X.8	1.03	4.08	7.13	0.01	3.06	6.11	9.16	2.04	5.09	8.14
49X.6	7.14	6.12	5.10	4.08	3.06	2.04	1.02	0.00	9.17	8.15
21X.6	8.18	9.20	0.01	1.03	2.05	3.07	4.09	5.11	6.13	7.15
23X.2	2.05	9.21	6.14	3.07	0.00	7.16	4.09	1.02	8.18	5.11
27X.8	7.24	0.02	3.10	6.18	9.26	2.07	5.15	8.23	1.04	4.12
29X.4	1.04	0.01	9.27	8.24	7.21	6.18	5.15	4.12	3.09	2.06
31X.6	2.08	3.11	4.14	5.17	6.20	7.23	8.26	9.29	0.01	1.04
33X.2	8.27	5.17	2.07	9.30	6.20	3.10	0.00	7.23	4.13	1.03
37X.8	3.14	6.25	9.36	2.10	5.21	8.32	1.06	4.17	7.28	0.02
39X.4	5.24	4.17	3.13	2.09	1.05	0.01	9.36	8.32	7.28	6.24
41X.6	6.27	7.31	8.35	9.39	0.02	1.06	2.10	3.14	4.18	5.22
43X.2	4.18	1.05	8.35	5.22	2.09	9.39	6.26	3.13	0.00	7.30
47X.8	9.46	2.13	5.27	8.41	1.08	4.22	7.36	0.03	3.17	6.31
49X.4	9.46	8.41	7.36	6.31	5.26	4.21	3.16	2.11	1.06	0.01
51X.6	0.03	1.08	2.13	3.18	4.23	5.28	6.33	7.38	8.43	9.48
53X.2	0.01	7.38	4.22	1.06	8.43	5.27	2.11	9.48	6.32	3.16
57X.8	5.33	8.50	1.10	4.27	7.44	0.04	3.21	6.38	9.55	2.15
59X.4	3.20	2.14	1.08	0.02	9.55	8.49	7.43	6.37	5.31	4.25
61X.6	4.28	5.34	6.40	7.46	8.52	9.58	0.03	1.09	2.15	3.21
63X.2	6.39	3.20	0.01	7.45	4.26	1.07	8.51	5.32	2.13	9.57
67X.8	1.12	4.32	7.52	0.05	3.25	6.45	9.65	2.18	5.38	8.58
69X.4	7.51	6.44	5.37	4.30	3.23	2.16	1.09	0.02	9.64	8.57
71X.6	8.61	9.68	0.04	1.11	2.18	3.25	4.32	5.39	6.46	7.53
73X.2	2.16	9.67	6.45	3.23	0.01	7.52	4.30	1.08	8.59	5.37
77X.8	7.60	0.06	3.29	6.52	9.75	2.21	5.44	8.67	1.13	4.36
79X.4	1.11	0.03	9.74	8.66	7.58	6.50	5.42	4.34	3.26	2.18
81X.6	2.21	3.29	4.37	5.45	6.53	7.61	8.69	9.77	0.04	1.12
83X.2	8.68	5.43	2.18	9.76	6.51	3.26	0.01	7.59	4.34	1.09
87X.8	3.33	6.59	9.85	2.24	5.50	8.76	1.15	4.41	7.67	0.06
89X.4	5.48	4.39	3.30	2.21	1.12	0.03	9.83	8.74	7.65	6.56
91X.6	6.60	7.69	8.78	9.87	0.05	1.14	2.23	3.32	4.41	5.50
93X.2	4.39	1.11	8.76	5.48	2.20	9.85	6.57	3.29	0.01	7.66
97X.8	9.95	2.27	5.56	8.85	1.17	4.46	7.75	0.07	3.36	6.65
99X.4	9.93	8.83	7.73	6.63	5.53	4.43	3.33	2.23	1.13	0.03

	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
02×.5	0 00	1 00	2 00	3 00	4 00	5 00	6 00	7 00	8 00	9 00
03×.5	3 01	0 00	7 02	4 01	1 00	8 02	5 01	2 00	9 02	6 01
07×.5	1 04	4 03	7 05	0 00	3 02	6 04	9 06	2 01	5 03	8 05
09×.5	4 04	3 03	2 02	1 01	0 00	9 08	8 07	7 06	6 05	5 04
11×.5	5 06	6 07	7 08	8 09	9 10	0 00	1 01	2 02	3 03	4 04
13×.5	8 11	5 07	2 03	9 12	6 08	3 04	0 00	7 09	4 05	1 01
17×.5	6 11	9 16	2 04	5 09	8 14	1 02	4 07	7 12	0 00	3 05
19×.5	9 18	8 16	7 14	6 12	5 10	4 08	3 06	2 04	1 02	0 00
21×.5	0 01	1 03	2 05	3 07	4 09	5 11	6 13	7 15	8 17	9 19
23×.5	3 08	0 01	7 17	4 10	1 03	8 19	5 12	2 05	9 21	6 14
27×.5	1 04	4 12	7 20	0 01	3 09	6 17	9 25	2 06	5 14	8 22
29×.5	4 13	3 10	2 07	1 04	0 01	9 27	8 24	7 21	6 18	5 15
31×.5	5 17	6 20	7 23	8 26	9 29	0 01	1 04	2 07	3 10	4 13
33×.5	8 28	5 18	2 08	9 31	6 21	3 11	0 01	7 24	4 14	1 04
37×.5	6 24	9 35	2 09	5 20	8 31	1 05	4 16	7 27	0 01	3 12
39×.5	9 37	8 33	7 29	6 25	5 21	4 17	3 13	2 09	1 05	0 01
41×.5	0 02	1 06	2 10	3 14	4 18	5 22	6 26	7 30	8 34	9 38
43×.5	3 15	0 02	7 32	4 19	1 06	8 36	5 23	2 10	9 40	6 27
47×.5	1 07	4 21	7 35	0 02	3 16	6 30	9 44	2 11	5 25	8 39
49×.5	4 22	3 17	2 12	1 07	0 02	9 46	8 41	7 36	6 31	5 26
51×.5	5 28	6 33	7 38	8 43	9 48	0 02	1 07	2 12	3 17	4 22
53×.5	8 45	5 29	2 13	9 50	6 34	3 18	0 02	7 39	4 23	1 07
57×.5	6 37	9 54	2 14	5 31	8 48	1 08	4 25	7 42	0 02	3 19
59×.5	9 56	8 50	7 44	6 38	5 32	4 26	3 20	2 14	1 08	0 02
61×.5	0 03	1 09	2 15	3 21	4 27	5 33	6 39	7 45	8 51	9 57
63×.5	3 22	0 03	7 47	4 28	1 09	8 53	5 34	2 15	9 59	6 40
67×.5	1 10	4 30	7 50	0 03	3 23	6 43	9 63	2 16	5 36	8 56
69×.5	4 31	3 24	2 17	1 10	0 03	9 65	8 58	7 51	6 44	5 37
71×.5	5 39	6 46	7 53	8 60	9 67	0 03	1 10	2 17	3 24	4 31
73×.5	8 62	5 40	2 18	9 69	6 47	3 25	0 03	7 54	4 32	1 10
77×.5	6 50	9 73	2 19	5 42	8 65	1 11	4 34	7 57	0 03	3 26
79×.5	9 75	8 67	7 59	6 51	5 43	4 35	3 27	2 19	1 11	0 03
81×.5	0 04	1 12	2 20	3 28	4 36	5 44	6 52	7 60	8 68	9 76
83×.5	3 29	0 04	7 62	4 37	1 12	8 70	5 45	2 20	9 78	6 53
87×.5	1 13	4 39	7 65	0 04	3 30	6 56	9 82	2 21	5 47	8 73
89×.5	4 40	3 31	2 22	1 13	0 04	9 84	8 75	7 66	6 57	5 48
91×.5	5 50	6 59	7 68	8 77	9 86	0 04	1 13	2 22	3 31	4 40
93×.5	8 79	5 51	2 23	9 88	6 60	3 32	0 04	7 69	4 41	1 13
97×.5	6 63	9 92	2 24	5 53	8 82	1 14	4 43	7 72	0 04	3 33
99×.5	9 94	8 84	7 74	6 64	5 54	4 44	3 34	2 24	1 14	0 04
	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9

TABLEAU

13

0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
1 13 14 15 16 17 18 19 20 21 22
2 26 27 28 29 30 31 32 33 34 35
3 39 40 41 42 43 44 45 46 47 48
4 52 53 54 55 56 57 58 59 60 61
5 65 66 67 68 69 70 71 72 73 74
6 78 79 80 81 82 83 84 85 86 87
7 91 92 93 94 95 96 97 98 99

10 11 12
1 23 24 25
2 36 37 38
3 49 50 51
4 62 63 64
5 75 76 77
6 88 89 90

23

0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
1 23 24 25 26 27 28 29 30 31 32
2 46 47 48 49 50 51 52 53 54 55
3 69 70 71 72 73 74 75 76 77 78
4 92 93 94 95 96 97 98 99

10 11 12 13 14 15 16 17 18 19
1 33 34 35 36 37 38 39 40 41 42
2 56 57 58 59 60 61 62 63 64 65
3 79 80 81 82 83 84 85 86 87 88

20 21 22
1 43 44 45
2 66 67 68
3 89 90 91

37

0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
1 37 38 39 40 41 42 43 44 45 46
2 74 75 76 77 78 79 80 81 82 83

10 11 12 13 14 15 16 17 18 19
1 47 48 49 50 51 52 53 54 55 56
2 84 85 86 87 88 89 90 91 92 93

20 21 22 23 24 25 26 27 28 29
1 57 58 59 60 61 62 63 64 65 66
2 94 95 96 97 98 99

30 31 32 33 34 35 36
1 67 68 69 70 71 72 73

17

0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
1 17 18 19 20 21 22 23 24 25 26
2 34 35 36 37 38 39 40 41 42 43
3 51 52 53 54 55 56 57 58 59 60
4 68 69 70 71 72 73 74 75 76 77
5 85 86 87 88 89 90 91 92 93 94

10 11 12 13 14 15 16
1 27 28 29 30 31 32 33
2 44 45 46 47 48 49 50
3 61 62 63 64 65 66 67
4 78 79 80 81 82 83 84
5 95 96 97 98 99

29

0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
1 29 30 31 32 33 34 35 36 37 38
2 58 59 60 61 62 63 64 65 66 67
3 87 88 89 90 91 92 93 94 95 96

10 11 12 13 14 15 16 17 18 19
1 39 40 41 42 43 44 45 46 47 48
2 68 69 70 71 72 73 74 75 76 77
3 97 98 99

20 21 22 23 24 25 26 27 28
1 49 50 51 52 53 54 55 56 57
2 78 79 80 81 82 83 84 85 86

41

0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
1 41 42 43 44 45 46 47 48 49 50
2 82 83 84 85 86 87 88 89 90 91

10 11 12 13 14 15 16 17 18 19
1 51 52 53 54 55 56 57 58 59 60
2 92 93 94 95 96 97 98 99

20 21 22 23 24 25 26 27 28 29
1 61 62 63 64 65 66 67 68 69 70

30 31 32 33 34 35 36 37 38 39 40
1 71 72 73 74 75 76 77 78 79 80 81

19

0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
1 19 20 21 22 23 24 25 26 27 28
2 38 39 40 41 42 43 44 45 46 47
3 57 58 59 60 61 62 63 64 65 66
4 76 77 78 79 80 81 82 83 84 85
5 95 96 97 98 99

10 11 12 13 14 15 16 17 18
1 29 30 31 32 33 34 35 36 37
2 48 49 50 51 52 53 54 55 56
3 67 68 69 70 71 72 73 74 75
4 86 87 88 89 90 91 92 93 94

31

0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
1 31 32 33 34 35 36 37 38 39 40
2 62 63 64 65 66 67 68 69 70 71
3 93 94 95 96 97 98 99

10 11 12 13 14 15 16 17 18 19
1 41 42 43 44 45 46 47 48 49 50
2 72 73 74 75 76 77 78 79 80 81

20 21 22 23 24 25 26 27 28 29
1 51 52 53 54 55 56 57 58 59 60
2 82 83 84 85 86 87 88 89 90 91

30
1 61
2 92

43

0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
1 43 44 45 46 47 48 49 50 51 52
2 86 87 88 89 90 91 92 93 94 95

10 11 12 13 14 15 16 17 18 19
1 53 54 55 56 57 58 59 60 61 62
2 96 97 98 99

20 21 22 23 24 25 26 27 28 29
1 63 64 65 66 67 68 69 70 71 72

30 31 32 33 34 35 36 37 38 39
1 73 74 75 76 77 78 79 80 81 82

40 41 42
1 83 84 85

COMPLÉMENTAIRE

47

0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
47 48 49 50 51 52 53 54 55 56
94 95 96 97 98 99

10 11 12 13 14 15 16 17 18 19
57 58 59 60 61 62 63 64 65 66

20 21 22 23 24 25 26 27 28 29
67 68 69 70 71 72 73 74 75 76

30 31 32 33 34 35 36 37 38 39
77 78 79 80 81 82 83 84 85 86

40 41 42 43 44 45 46
87 88 89 90 91 92 93

53

0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
53 54 55 56 57 58 59 60 61 62

10 11 12 13 14 15 16 17 18 19
63 64 65 66 67 68 69 70 71 72

20 21 22 23 24 25 26 27 28 29
73 74 75 76 77 78 79 80 81 82

30 31 32 33 34 35 36 37 38 39
83 84 85 86 87 88 89 90 91 92

40 41 42 43 44 45 46
93 94 95 96 97 98 99

59

0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
59 60 61 62 63 64 65 66 67 68

10 11 12 13 14 15 16 17 18 19
69 70 71 72 73 74 75 76 77 78

20 21 22 23 24 25 26 27 28 29
79 80 81 82 83 84 85 86 87 88

30 31 32 33 34 35 36 37 38 39
89 90 91 92 93 94 95 96 97 98

40
99

61

0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
1 61 62 63 64 65 66 67 68 69 70

10 11 12 13 14 15 16 17 18 19
1 71 72 73 74 75 76 77 78 79 80

20 21 22 23 24 25 26 27 28 29
1 81 82 83 84 85 86 87 88 89 90

30 31 32 33 34 35 36 37 38
1 91 92 93 94 95 96 97 98 99

67

0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
1 67 68 69 70 71 72 73 74 75 76

10 11 12 13 14 15 16 17 18 19
1 77 78 79 80 81 82 83 84 85 86

20 21 22 23 24 25 26 27 28 29
1 87 88 89 90 91 92 93 94 95 96

30 31 32
1 97 98 99

71

0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
1 71 72 73 74 75 76 77 78 79 80

10 11 12 13 14 15 16 17 18 19
1 81 82 83 84 85 86 87 88 89 90

20 21 22 23 24 25 26 27 28
1 91 92 93 94 95 96 97 98 99

73

0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
1 73 74 75 76 77 78 79 80 81 82

10 11 12 13 14 15 16 17 18 19
1 83 84 85 86 87 88 89 90 91 92

20 21 22 23 24 25 26
1 93 94 95 96 97 98 99

79

0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
1 79 80 81 82 83 84 85 86 87 88

10 11 12 13 14 15 16 17 18 19
1 89 90 91 92 93 94 95 96 97 98

20
1 99

83

0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
1 83 84 85 86 87 88 89 90 91 92

10 11 12 13 14 15 16
1 93 94 95 96 97 98 99

89

0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
1 89 90 91 92 93 94 95 96 97 98

10
1 99

97

0 1 2
1 97 98 99

Sur le *Peripatus brasiliensis* Bouv.

Par M. E.-I. BOUVIER

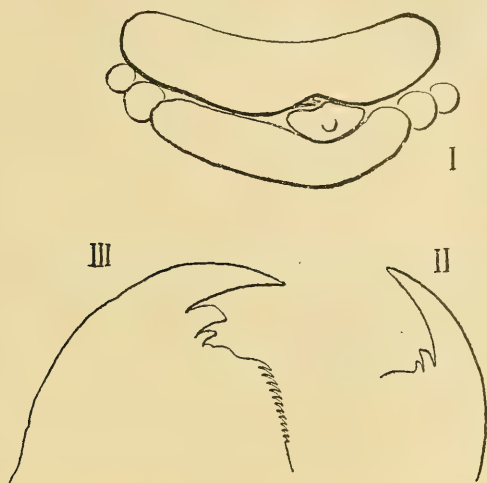
M. F. Jeffrey Bell vient de me soumettre un Périplate femelle récemment acquis par le British Museum et capturé à Mérida (Vénézuéla) par 1500 mètres d'altitude (M. Rosenberg coll.).

Cet exemplaire parfaitement conservé et relativement frais mesure 44 mm. de longueur. Au premier abord, on voit qu'il se rapproche beaucoup du *P. brasiliensis*, mais il en diffère extérieurement par quelques caractères : sa ligne axiale brune ne présente pas de dilatations segmentaires entourées de zones rhombiques, ses téguments dorsaux sont piquetés de petites taches claires dues à des papilles principales faiblement colorées et d'ailleurs assez rares, enfin quelques-uns de ses plis sont incomplets, mais fort allongés et en conjonction à une très faible distance au-dessus de la base des pattes.

J'ai déjà observé des plis incomplets dans quelques représentants typiques du *P. brasiliensis* (Voir *Monographie des Onychophores*, 1^{re} partie, p. 272), mais avec une fréquence un peu moins grande. Etant donné ce caractère et ceux relatifs à la coloration, je crus d'abord que le spécimen de Mérida appartenait à une espèce nouvelle très voisine du *P. brasiliensis*, et je résolus d'en faire l'anatomie pour mettre en évidence ses autres traits distinctifs.

Les résultats de cette étude ont fait mieux que confirmer les affinités du spécimen, il m'ont donné la preuve que celui-ci est, en réalité, un représentant du *P. brasiliensis*. Les tubercules urinaires (Fig. I) présentent les mêmes rapports, les ovaires et leurs funicules occupent la même place, les glandes salivaires se prolongent de même jusqu'au niveau de l'orifice génital et leurs réservoirs jusqu'au niveau des pattes II-III ; bref, il y a identité à absolue pour les caractères anatomiques essentiels. J'ajoute que dans cet exemplaire comme dans ceux du Brésil, les organes frontaux ne sont pas différenciés, et que le 4^e arceau des soles a un développement beaucoup moindre que le précédent. Les mandibules sont identiques à celles du *P. brasiliensis*, mais chacune de leurs lames (Fig. II et III) présente deux dents accessoires, et la scie des lames internes porte 12 denticules au lieu de 11. Ces

deux différences sont bien minimes, d'autant que chez les exemplaires brésiliens on observe parfois une seconde dent accessoire sur les lames



internes. Et d'ailleurs, il convient d'observer que mes recherches se limitent aux mandibules du côté droit seulement.

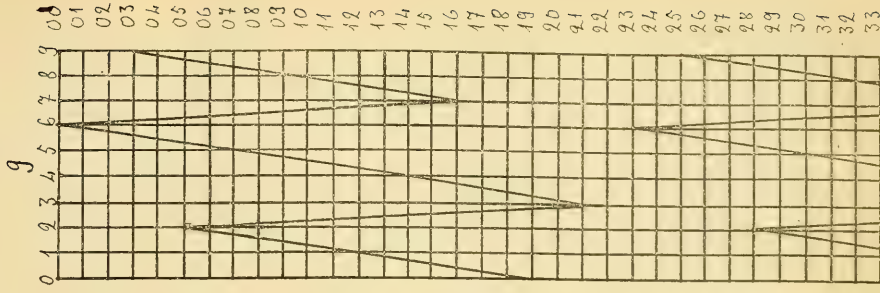
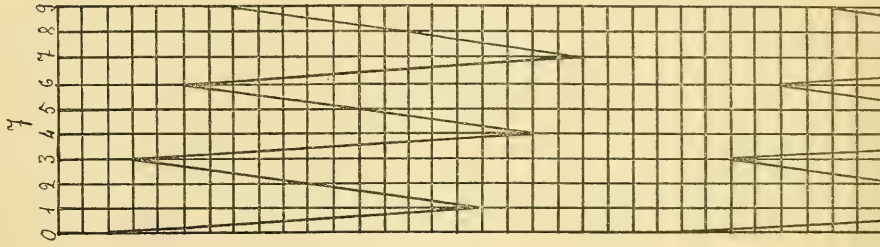
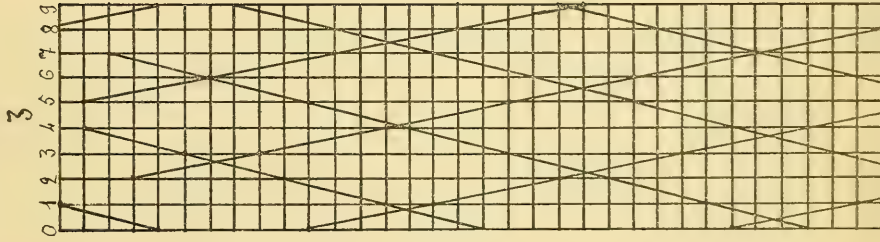
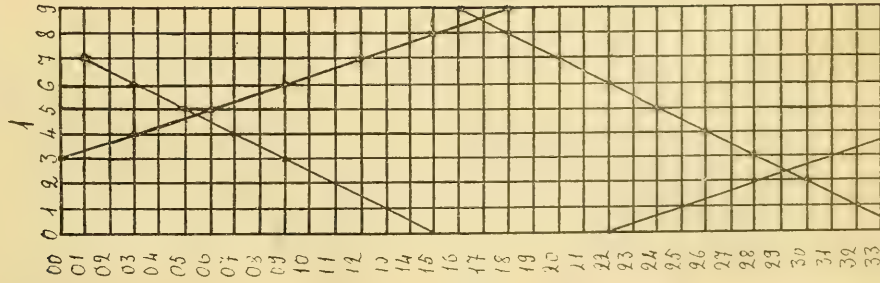
Les pattes sont au nombre de 31 paires, mais il y en avait 32 dans un fœtus femelle sur le point de naître. On sait que les représentants normaux de l'espèce présentent 31 ou 32 paires de pattes, du moins chez les femelles. Les plis du fœtus sont disposés comme ceux de l'adulte, mais rarement incomplets, ils ont également un semis de papilles claires.

Ainsi l'exemplaire de Mérida présente tous les caractères essentiels du *P. brasiliensis* et doit être considéré comme un représentant de cette espèce. A cause de sa coloration assez différente (semis de papilles claires, pas de losanges dorsaux), on pourrait peut-être le considérer comme type d'une variété locale, si des variations tout à fait analogues, n'avaient été signalées dans d'autres espèces (disparition des losanges dans le *P. Trinitatis* Sedgw., apparition de papilles claires dans le *P. Simoni* Bouv. et le *P. Edwardsi* Blanch.). Dans la « Monographie des Onychophores », j'ai rapporté à la même espèce une femelle trouvée à San-Pablo (Panama); mais comme cette détermination avait été faite sans examen anatomique, et comme le *P. brasiliensis* n'était connu alors que dans la région inférieure de l'Amazonie, on pouvait se demander à bon droit si l'identification

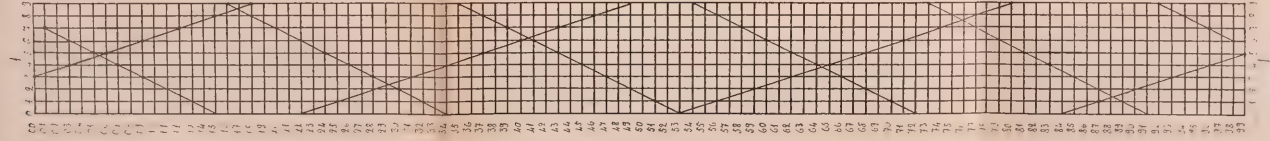
avait été correcte. Il me semble que ce doute ne saurait plus subsister aujourd'hui ; le *P. brasiliensis* a une extension géographique au moins égale à celle du *P. Edwardsi*, puisqu'on le connaît maintenant à Santarem sur l'Amazone (localité typique), à Mérida dans la montagne vénézuélienne, et comme je l'ai dit plus haut, dans la région de Panama.

En dehors de son résultat spécial, qui est de fixer la distribution géographique d'une espèce, la présente note me paraît montrer, d'une manière frappante, comment il convient de procéder à la détermination des Périplates. Les caractères morphologiques extérieurs permettent de fixer l'identité spécifique d'un exemplaire (surtout ceux relatifs aux plis, à la disposition des papilles et au nombre des appendices), mais il convient d'asseoir la détermination sur des bases rigoureuses en la corroborant par une étude anatomique (rapports des tubercules urinaires, des glandes génitales et des glandes salivaires avec leurs réservoirs).

MODÈLES DE TABLES GRAPHIQUES DE DIVISIBILITÉ

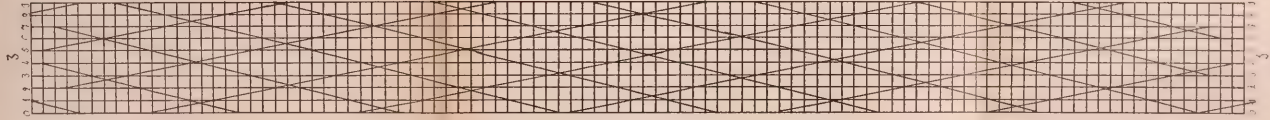


MODÈLES DE TABLES GRAPHIQUES DE DIVISIBILITÉ



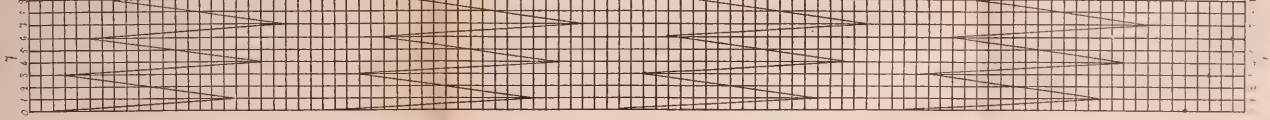
Pl. I.

Lignes de divisibilité des nombres à droite et à gauche. Les lignes sont étiquetées de 0 à 9 à l'extrémité gauche et de 0 à 9 à l'extrémité droite.



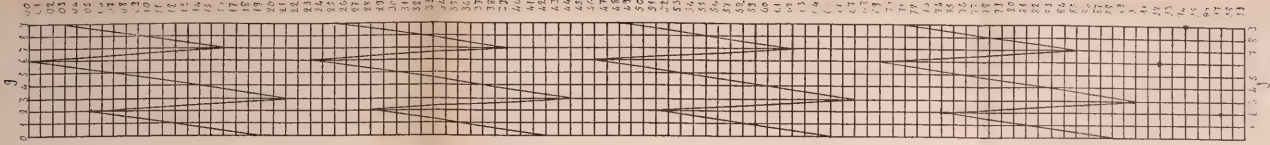
Pl. II.

Lignes de divisibilité des nombres à droite et à gauche. Les lignes sont étiquetées de 0 à 9 à l'extrémité gauche et de 0 à 9 à l'extrémité droite.



Pl. III.

Graphique moyen du diviseur 21. Les lignes sont étiquetées de 0 à 20 à l'extrémité gauche et de 0 à 20 à l'extrémité droite. Les lignes sont étiquetées de 0 à 20 à l'extrémité gauche et de 0 à 20 à l'extrémité droite.



Pl. IV.

Graphique du diviseur 21 établi de façon à montrer la concordance des tables numériques. Les lignes sont étiquetées de 0 à 20 à l'extrémité gauche et de 0 à 20 à l'extrémité droite.

35
36
37



35
36
37
38

TABLE DES NOMBRES DE 1 A 10.000

avec l'indication de leur plus petit diviseur premier, 2 et 5 exceptés.

1										7										9									
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
00	3	10	17	2	23	30	7	37	44	00	1	5	11	17	23	29	35	41	47	00	1	5	11	17	23	29	35	41	47
01	4	11	18	3	24	31	8	38	45	01	2	6	12	18	24	30	36	42	48	01	2	6	12	18	24	30	36	42	48
02	5	12	19	4	25	32	9	39	46	02	3	7	13	19	25	31	37	43	49	02	3	7	13	19	25	31	37	43	49
03	6	13	20	5	26	33	10	40	47	03	4	8	14	20	26	32	38	44	50	03	4	8	14	20	26	32	38	44	50
04	7	14	21	6	27	34	11	41	48	04	5	9	15	21	27	33	39	45	51	04	5	9	15	21	27	33	39	45	51
05	8	15	22	7	28	35	12	42	49	05	6	10	16	22	28	34	40	46	52	05	6	10	16	22	28	34	40	46	52
06	9	16	23	8	29	36	13	43	50	06	7	11	17	23	29	35	41	47	53	06	7	11	17	23	29	35	41	47	53
07	10	17	24	9	30	37	14	44	51	07	8	12	18	24	30	36	42	48	54	07	8	12	18	24	30	36	42	48	54
08	11	18	25	10	31	38	15	45	52	08	9	13	19	25	31	37	43	49	55	08	9	13	19	25	31	37	43	49	55
09	12	19	26	11	32	39	16	46	53	09	10	14	20	26	32	38	44	50	56	09	10	14	20	26	32	38	44	50	56
10	13	20	27	12	33	40	17	47	54	10	11	15	21	27	33	39	45	51	57	10	11	15	21	27	33	39	45	51	57
11	14	21	28	13	34	41	18	48	55	11	12	16	22	28	34	40	46	52	58	11	12	16	22	28	34	40	46	52	58
12	15	22	29	14	35	42	19	49	56	12	13	17	23	29	35	41	47	53	59	12	13	17	23	29	35	41	47	53	59
13	16	23	30	15	36	43	20	50	57	13	14	18	24	30	36	42	48	54	60	13	14	18	24	30	36	42	48	54	60
14	17	24	31	16	37	44	21	51	58	14	15	19	25	31	37	43	49	55	61	14	15	19	25	31	37	43	49	55	61
15	18	25	32	17	38	45	22	52	59	15	16	20	26	32	38	44	50	56	62	15	16	20	26	32	38	44	50	56	62
16	19	26	33	18	39	46	23	53	60	16	17	21	27	33	39	45	51	57	63	16	17	21	27	33	39	45	51	57	63
17	20	27	34	19	40	47	24	54	61	17	18	22	28	34	40	46	52	58	64	17	18	22	28	34	40	46	52	58	64
18	21	28	35	20	41	48	25	55	62	18	19	23	29	35	41	47	53	59	65	18	19	23	29	35	41	47	53	59	65
19	22	29	36	21	42	49	26	56	63	19	20	24	30	36	42	48	54	60	66	19	20	24	30	36	42	48	54	60	66
20	23	30	37	22	43	50	27	57	64	20	21	25	31	37	43	49	55	61	67	20	21	25	31	37	43	49	55	61	67
21	24	31	38	23	44	51	28	58	65	21	22	26	32	38	44	50	56	62	68	21	22	26	32	38	44	50	56	62	68
22	25	32	39	24	45	52	29	59	66	22	23	27	33	39	45	51	57	63	69	22	23	27	33	39	45	51	57	63	69
23	26	33	40	25	46	53	30	60	67	23	24	28	34	40	46	52	58	64	70	23	24	28	34	40	46	52	58	64	70
24	27	34	41	26	47	54	31	61	68	24	25	29	35	41	47	53	59	65	71	24	25	29	35	41	47	53	59	65	71
25	28	35	42	27	48	55	32	62	69	25	26	30	36	42	48	54	60	66	72	25	26	30	36	42	48	54	60	66	72
26	29	36	43	28	49	56	33	63	70	26	27	31	37	43	49	55	61	67	73	26	27	31	37	43	49	55	61	67	73
27	30	37	44	29	50	57	34	64	71	27	28	32	38	44	50	56	62	68	74	27	28	32	38	44	50	56	62	68	74
28	31	38	45	30	51	58	35	65	72	28	29	33	39	45	51	57	63	69	75	28	29	33	39	45	51	57	63	69	75
29	32	39	46	31	52	59	36	66	73	29	30	34	40	46	52	58	64	70	76	29	30	34	40	46	52	58	64	70	76
30	33	40	47	32	53	60	37	67	74	30	31	35	41	47	53	59	65	71	77	30	31	35	41	47	53	59	65	71	77
31	34	41	48	33	54	61	38	68	75	31	32	36	42	48	54	60	66	72	78	31	32	36	42	48	54	60	66	72	78
32	35	42	49	34	55	62	39	69	76	32	33	37	43	49	55	61	67	73	79	32	33	37	43	49	55	61	67	73	79
33	36	43	50	35	56	63	40	70	77	33	34	38	44	50	56	62	68	74	80	33	34	38	44	50	56	62	68	74	80
34	37	44	51	36	57	64	41	71	78	34	35	39	45	51	57	63	69	75	81	34	35	39	45	51	57	63	69	75	81
35	38	45	52	37	58	65	42	72	79	35	36	40	46	52	58	64	70	76	82	35	36	40	46	52	58	64	70	76	82
36	39	46	53	38	59	66	43	73	80	36	37	41	47	53	59	65	71	77	83	36	37	41	47	53	59	65	71	77	83
37	40	47	54	39	60	67	44	74	81	37	38	42	48	54	60	66	72	78	84	37	38	42	48	54	60	66	72	78	84
38	41	48	55	40	61	68	45	75	82	38	39	43	49	55	61	67	73	79	85	38	39	43	49	55	61	67	73	79	85
39	42	49	56	41	62	69	46	76	83	39	40	44	50	56	62	68	74	80	86	39	40	44	50	56	62	68	74	80	86
40	43	50	57	42	63	70	47	77	84	40	41	45	51	57	63	69	75	81	87	40	41	45	51	57	63	69	75	81	87
41	44	51	58	43	64	71	48	78	85	41	42	46	52	58	64	70	76	82	88	41	42	46	52	58	64	70	76	82	88
42	45	52	59	44	65	72	49	79	86	42	43	47	53	59	65	71	77	83	89	42	43	47	53	59	65	71	77	83	89
43	46	53	60	45	66	73	50	80	87	43	44	48	54	60	66	72	78	84	90	43	44	48	54	60	66	72	78	84	90
44	47	54	61	46	67	74	51	81	88	44	45	49	55	61	67	73	79	85	91	44	45	49	55	61	67	73	79	85	91
45	48	55	62	47	68	75	52	82	89	45	46	50	56	62	68	74	80	86	92	45	46	50	56	62	68	74	80	86	92
46	49	56	63	48	69	76	53	83	90	46	47	51	57	63	69	75	81	87	93	46	47	51	57	63	69	75	81	87	93
47	50	57	64	49	70	77	54	84	91	47	48	52	58	64	70	76	82	88	94	47	48	52	58	64	70	76	82	88	94
48	51	58	65	50	71	78	55	85	92	48	49	53	59	65	71	77	83	89	95	48	49	53	59	65	71	77	83	89	95
49	52	59	66	51	72	79	56	86	93	49	50	54	60	66	72	78	84	90	96	49	50	54	60	66	72	78	84	90	96
50	53	60	67	52	73	80	57	87	94	50	51	55	61	67	73	79	85	91	97	50	51	55	61	67	73	79	85	91	97
51	54	61	68	53	74	81	58	88	95	51	52	56	62	68	74	80	86	92	98	51	52	56	62	68	74	80	86	92	98
52	55	62	69	54	75	82	59	89	96	52	53	57	63	69	75	81	87	93	99	52	53	57	63	69	75	81	87	93	99
53	56	63	70	55	76	83	60	90	97	53	54	58	64	70	76	82	88	94	100	53	54	58	64	70	76	82	88	94	100

TABLE DES MATIÈRES DU FASCICULE I

	Pages.
Extraits des comptes-rendus des séances.	3
E. Lebon. — Recherche rapide des facteurs premiers des nombres à l'aide de deux tables de restes	4
J. Deschamps. — Applications de la méthode d'Eratosthène, Tables numériques et graphiques	10
E.-L. Bouvier. — Sur les <i>Peripatus brasiliensis</i> Bouv.	50

LE PRIX DES TIRÉS A PART EST FIXÉ AINSI QU'IL SUIT :

	25 ex.	50 ex.	75 ex.	100 ex.	150 ex.	200 ex.	250 ex.
	—	—	—	—	—	—	—
Une feuille	4.50	5.85	7.20	8.10	10.60	12.85	14.85
Trois quarts de feuille.	4 »	5 »	6.10	7 »	9 »	10.60	12.15
Une demi-feuille. . .	3.15	4 »	5 »	5.60	7.20	8.10	9 »
Un quart de feuille. .	2.70	3.60	4.25	4.75	5.60	6.30	5.85
Un huitième de feuille.	2 »	2.70	3.15	3.60	4.05	4.50	8 »
Plusieurs feuilles . .	4 »	5.40	6.30	7.20	9 »	11.70	14 »

PUBLICATIONS DE LA SOCIÉTÉ PHILOMATHIQUE

1 ^{re} série : 1789-1805	3 volumes in-4°
2 ^e série : 1807-1813	3 volumes in-4°
3 ^e série : 1814-1826	13 fascicules in-4°
4 ^e série : 1832-1833	2 volumes in-4°
5 ^e série : 1836-1863	28 fascicules in-4°
6 ^e série : 1864-1876	13 fascicules in-8°
7 ^e série : 1877-1888	11 volumes in-8°

Chaque année pour les Membres de la Société. 5 francs
— pour le public 12 francs

Mémoires originaux publiés par la Société Philomathique

A L'OCCASION DU

CENTENAIRE DE SA FONDATION

1788-1888

Le recueil des mémoires originaux publié par la Société philomathique à l'occasion du centenaire de sa fondation (1788-1888) forme un volume in-4° de 437 pages, accompagné de nombreuses figures dans le texte et de 24 planches. Les travaux qu'il contient sont dus, *pour les sciences physiques et mathématiques*, à : MM. Désiré André ; E. Becquerel, de l'Institut ; Bertrand, secrétaire perpétuel de l'Institut ; Bouty ; Bourgeois ; Descloizeaux, de l'Institut ; Fouret ; Gernez ; Hardy ; Haton de la Goupillière, de l'Institut ; Laisant ; Laussedat, de l'Institut ; Léauté, de l'Institut ; Mannheim ; Moutier ; Peligot, de l'Institut ; Pellat. *Pour les sciences naturelles*, à : MM. Alix ; Bureau ; Bouvier, de l'Institut ; Chatin, de l'Institut ; Drake del Castillo ; Duchartre, de l'Institut ; H. Filhol ; Franchet ; Grandidier, de l'Institut ; Hennéguy ; Milne Edwards, de l'Institut ; Mocquard ; Poirier ; A. de Quatrefages, de l'Institut ; G. Roze ; L. Vaillant.

En vente au prix de 35 francs.

AU SIÈGE DE LA SOCIÉTÉ, A LA SORBONNE



BULLETIN

DE LA

SOCIÉTÉ PHILOMATHIQUE

DE PARIS

FONDÉE EN 1788

NEUVIÈME SÉRIE. — TOME X

N° 2

1908

PARIS

AU SIÈGE DE LA SOCIÉTÉ PHILOMATHIQUE DE PARIS

À LA SORBONNE

1908



Le Secrétaire-Gérant,

H. COUTIÈRE.

Le Bulletin paraît par livraisons bimestrielles.

COMPOSITION DU BUREAU POUR 1908

Président : M. BERTHELOT (Daniel), 3, rue Mazarine.

Vice-Président : M. LÉCAILLON, 28, rue Berthollet.

Trésorier : M. RABAUD, 3, rue Vauquelin.

Secrétaire des séances : M. WINTER, 44, rue Sainte-Placide.

Vice-Secrétaire des séances : M. LEBON, 4 bis, rue des Écoles.

Secrétaire du bulletin : M. COUTIÈRE, 12, rue Notre-Dame-des-Champs.

Vice-Secrétaire du bulletin : M. NEUVILLE, 55, rue de Buffon.

Archiviste : M. HENNEGUY, 9, rue Thénard.

La Société Philomathique de Paris se réunit les 2^e et 4^e Samedis de chaque mois, à 8 h. 1/2, à la Sorbonne (salle de travail des Étudiants).

Les membres de la Société ont le droit d'emprunter des livres à la Bibliothèque de l'Université. Ils ont également droit, sur leur demande, à 50 tirages à part gratuits des Mémoires qu'ils publient dans le Bulletin.

Pour le paiement des cotisations et l'achat des publications, s'adresser à M. VÉZINAUD, à la Sorbonne, place de la Sorbonne, Paris, V^e.

ÉTUDE ET AMITIÉ

LISTE DES MEMBRES
DE LA
SOCIÉTÉ PHILOMATHIQUE DE PARIS

Fondée en 1788

État de la Société en Mai 1908

PREMIÈRE SECTION. — SCIENCES MATHÉMATIQUES

MEMBRES HONORAIRES

MM.

1859. (12 fév.) LÉVY (Maurice), M.I., P.C.F., 15, avenue du Trocadéro.
 1860. (2 juin) HATON DE LA GOUPILLIÈRE (J.-Napoléon), M. I., 56, rue de Vaugirard.
 1861. (13 avril) TISSOT (Nic.-Aug.), E.E.P., à Voreppe (Isère).
 1863. (28 mars) ROUCHÉ (Eugène), M.I., 213, boulevard Saint-Germain.
 1871. (23 déc.) COLLIGNON (Édouard), 6, rue de Seine.
 — id. DARBOUX (Gaston), M.I., (Secrétaire perpétuel), Doyen
 Hon. F.S., 36, rue Gay-Lussac.
 1872. (27 janv.) JORDAN (Camille), M.I., P.E.P., P.C.F., 48, rue de
 Varennes.
 1875. (26 juin) FOURET (Georges), E.E.P., 4, avenue Carnot.
 1876. (23 déc.) PICQUET (Henri), E.E.P., 4, rue Monsieur-le-Prince.
 — id. ANDRÉ (Désiré), P.H., 70 bis, rue Bonaparte.
 1878. (26 janv.) LEAUTÉ, (M., I., 20, boulevard de Courcelles.

MEMBRES TITULAIRES

MM.

1878. (9 fév.) LAISANT, E.E.P., 162, avenue Victor-Hugo.
 — id. TANNERY, Dir. des Sc. E.N., 45, rue d'Ulm.

1881. (11 fév.) C. DE POLIGNAC, Radmannsdorf. Carniole (Autriche).
 — id. HUMBERT (Georges), M.I., 10, rue d'Aubigny.
 — (12 nov.) CHEMIN, P.P., C., 33, avenue Montaigne.
 1884. (3 nov.) LÉVY (Lucien), E.E.P., 12, rue du Regard.
 1887. (17 déc.) KOENIGS, P.F. S., 101, boulevard Arago.
 1892. (26 janv.) BIOCHE, Prof. Louis-le-G., 56, rue N.-D.-des-Champs.
 1900. (10 mars) LEAU, Prof. Stanislas, 6, rue Vavin.
 — (22 déc.) LE ROY, Prof. Stanislas, 27, rue N.-D.-des-Champs.
 1902. (27 juin) DESCHAMPS, 14, rue Sarrette.
 1902. (13 déc.) GRÉVY, Prof. Saint-Louis, 62, rue Saint-Placide.
 1904. (20 nov.) PERRIN R., I.G.M., 80, rue de Grenelle.
 1905. (14 janv.) MAILLET, I.P.C. 11, rue de Fontenay, à Bourg-la-Reine (Seine).
 1905. (27 mai) SERVANT, Chef de travaux F.S., 8, rue des Saints-Pères, Paris.
 1906. (24 fév.) LEBON (Ernest), Prof. Hon., 4 bis, rue des Ecoles.
 1906. (12 mai) TARRY (Gaston), 177, Bd. Pereire.
 — (8 déc.) FATOU, astronome adjoint à l'Observatoire, 172, Boulevard du Montparnasse.
 — (22 déc.) HENRI (Victor), M. C. (Htes-Études), 13 rue du Val-de-Grâce.
 1907. (11 mai) CHAPELON (J.-J.), I. au Corps des M., Ecole des Mines.

MEMBRES CORRESPONDANTS

MM.

1903. (28 mars) Lieutenant-Colonel du Génie BROCARD, 75, rue des Ducs, Bar-le-Duc.
 1905. (11 fév.) BERDON Louis, 39, Cadogan Street, Londres. S. W.
 1906. (25 juin) GUCCIA, Palerme.
 1907. (9 fév.) DEMOULIN, Prof. F.S., 10, rue Joseph-Plateau, Gand.

DEUXIÈME SECTION. — SCIENCES PHYSIQUES

MEMBRES HONORAIRES

MM.

1861. (25 mai) GAUDRY (Albert) M.I., P. H. M., 7 bis, rue des Saints-Pères.
 1862. (10 juill.) TROOST (Louis), M.I., P.H.F.S., 84, rue Bonaparte.

1863. (18 juill.) GRANDEAU (Louis), I.G.A., 4, avenue de la Bourdonnais.
 1864. (31 janv.) WOLF (Charles), M.I., P.F.S., 1, rue des Feuillantines.
 1872. (22 juin) GERNEZ (Désiré), P.E.N., 80, rue d'Assas.
 1873. (12 avril) FRON, Météorologiste tit., 19, rue de Sèvres.
 1874. (23 mai) BRANLY, Prof. Inst. Catholique, 21, av. de Tourville.
 1875. (10 avril) CAILLETET, M.I., 75, boulevard Saint-Michel.
 1876. (27 mai) BOUTY, P.F.S., 9, rue du Val-de-Grâce.
 1877. (24 fév.) LIPPMANN (Gabriel), M.I., P.F.S., 10, rue de l'Eperon.
 1880. (13 nov.) PELLAT (Henri), P.F.S., 23, avenue de l'Observatoire.
 — (27 nov.) BEQUEREL (H.), M.I., P.M., 6, rue Dumont-Durville.
 1882. (11 fév.) COCHIN, député, 53, rue de Babylone.
 1884. (9 avril) BOURGEOIS (Léon), A.M., 1, boulevard Henry IV.
 1886. (17 avril) BORDET (Lucien), 181, boulevard Saint-Germain.
 1887. (9 juillet) VALLOT (Joseph), Dir. de l'Obs. du Mont-Blanc, 114, avenue des Champs-Élysées.

MEMBRES TITULAIRES

MM.

1901. (26 janv.) VINCENT, Prof. St-Louis, 207, rue de Vaugirard.
 — (14 déc.) BENOIST, Profess. Henri IV, 26, rue des Ecoles.
 — (28 déc.) DONGIER, Météor. tit. Obs. de Paris, 87 bis, Grande-Rue, à Bourg-la-Reine (Seine).
 — (13 déc.) MATIGNON, P.C.F., 17, boul. Carnot, Bourg-la-Reine.
 1903. (28 fév.) WINTER, 44, rue Sainte-Placide.
 — (14 mars) BERTHELOT (Daniel), P.E. Ph., 31, rue de Tournon.
 — id. DESGREZ, P.A.F.M., 240, rue Saint-Jacques.
 — (12 déc.) DARZENS, Répét. E.P., 22, avenue Ledru-Rollin.
 1904. (23 janv.) CHAUVEAU, Météor. adj. Obs. de Paris, 32, avenue Rapp.
 — (29 mai) MOUREU, M.A.M., P.E. Ph., 15, rue Soufflot.
 — id. MAHLER, Ingénieur civil des Mines, 2, rue Decamps.
 1904. (9 juillet) MARAGE, 14, rue Duphot.
 1905. (14 janv.) HALLION, chef de Lab. C.F., 54, Faub. Saint-Honoré.
 1905. (11 mars) VALEUR, 142, boulevard Montparnasse.
 — (1^{er} avril) GOUTAL, P. suppl. E. M., 60, boulevard Saint-Michel.
 — (13 mai) MOUNEYRAT, 20, rue Godot-de-Mauroi.
 1906. (13 janv.) MAYER, M.C. (Hautes-Études), 33, rue du Faubourg Poissonnière.
 1906. (24 fév.) JOANNIS, P.F.S., rue des Imbergères, Sceaux.

1907. (14 déc.) BECQUEREL (Jean), I.P.C., A.M., 15, Boulevard St-Germain.

MEMBRES CORRESPONDANTS

MM.

1905. (13 mai) MATHIAS, P.F.S., 44, allées Lafayette, à Toulouse.
— (22 juil.) MONPILLARD, 22, boulevard Saint-Marcel.

TROISIÈME SECTION. — SCIENCES NATURELLES

MEMBRES HONORAIRES

MM.

1856. (20 déc.) PRILLIEUX (Ed.), M.I., Sénateur, 14, rue Cambacérès.
1862. (7 mai) BUREAU (Ed.), P.H.M., M.A.M., 24, quai de Béthune.
1863. (31 janv.) VAILLANT (L.-L.), P.M., 36, rue Geof.-Saint-Hilaire.
1871. (9 déc.) DE SEYNES (Jules), P.-A.F.M., 15, rue Chanaleilles.
— (23 déc.) GRANDIDIER (A), M.I., 71 bis, rue du Ranelagh.
— (26 déc.) VAN TIEGHEM (Philippe), M.I., P.M., 22, rue Vauquelin.
1871. (26 déc.) CHATIN (J.), M.I., P.F.S., 174, boul. Saint-Germain.
1879. (10 mai) HENNEGUY (Louis-Félix), M.A.M., P.C.F., 9, rue Thé-
nard.
1883. (26 mai) MOCQUART, A.M., 4, rue du Banquier.
1886. (13 fév.) BOUVIER (E.L.), M.I., P.M., 7, boul. Arago.
1888. (11 fév.) MOROT, A.M., 9, rue du Regard.
1890. (21 fév.) ROCHÉ (Georges), 4, rue Dante.
1893. (11 mars) HUA, Direct. adj. de Lab. (H^{ies}-Etudes), 254, boulevard
Saint-Germain.
— (10 juin) JOUSSEAUME, 29, rue Gergovie.
1893. (27 oct.) DE GUERNE, 6, rue de Tournon.
1894. (17 mars) ROLAND BONAPARTE, M.I., 10, avenue d'Iéna.

MEMBRES TITULAIRES

MM.

1899. MENEGAUX, A.M., 55, rue de Buffon (réintégré le 23 avril 1904).
1899. (14 janv.) LECAILLON, Prép. C.F., 28, rue Berthollet.

1899. (25 mars) NEUVILLE, Prép. Mus., 55, rue de Buffon.
 1901. (12 janv.) PELLEGRIN, Prép., Museum, 143, rue de Rennes.
 — (18 mai) GUIEYSSE, Chef de Lab. F.M. 7, rue de Cluny.
 1902. (11 janv.) CHAUCHEAU, Direct. adj. de Lab. (Hautes-Études),
 9, avenue de l'Observatoire.
 — (8 fév.) RABAUD, M.C.F.S., 3, rue Vauquelin.
 — (27 juin) LESAGE, Méd. des Hôp. 226, Bd St-Germain.
 — (22 nov.) ANTHONY, Prép. Muséum, 12, rue Chevert.
 1903. (28 févr.) COUTIÈRE, P.E.Ph., 12, rue Notre-Dame-des-Champs.
 — (11 avril) LANGERON, Prép. F.M., 11, rue Férou.
 — (27 juin) NOÉ, Prép. F.M., 51, boulevard Montparnasse.
 1904. (9 janv.) GRANDIDIER (G.), 2, rue Goethe.
 1904. (23 janv.) DE BOISSIEU, 80, avenue d'Iéna.
 — (id.) JOUBIN, P.M., 88, boulevard Saint-Germain.
 — (26 mars) GRAVIER, A. M., 55, rue de Buffon.
 — (29 mai) MICHEL (Auguste), Prof. lycée Michelet, 7, rue Nicole.
 — (9 juillet) LAUNOY (L.), Ph., 93, rue Thiers, Le Vésinet (S.-et-O.)
 1905. (28 janv.) CAYEUX, P.E.M., P.I.A., 6, place Denfert-Rochereau.
 1905. (8 juillet) LEMOINE (Paul), Prép. F.S., à la Sorbonne.

MEMBRES CORRESPONDANTS

MM.

1903. (27 juin) L. PETIT, 27 bis, rue d'Elbeuf, Rouen.
 — (28 nov.) DEVEZ, Cayenne.
 1904. (23 avril) BULL, Prép. à l'Institut MAREY, 1, avenue Malakoff.
 — (id.) TUR, Ass. à l'Univ. de Varsovie.
 — (id.) MALARD, Chef de travaux, Lab. de Zool. marit.,
 St-Waast-la-Hougue (Manche).
 — (29 mai) MARCEAU, P.E.M., Besançon.
 1905. (26 nov.) MAIGNON, Chef des trav. de Physiol., E. Vét. de Lyon.
 1905. (11 mars) NEVEU-LEMAIRE, Agrégé F.M. de Lyon.
 1905. (15 avril) DIGUET (L.), 16, rue Lacuée.
 1906. (24 fév.) OSMAN GALEB BEY, Le Caire (Égypte).
 1908. (23 mai) RIVET, 61, rue de Buffon.
-

EXTRAITS DES COMPTES-RENDUS DES SÉANCES

Séance du 14 mars 1908.

PRÉSIDENCE de M. LÉCAILLON.

M. Anthony présente la candidature de M. le D^r Rivet, comme membre correspondant dans la troisième section. La commission chargée d'examiner cette candidature comprend MM. Anthony, Rabaud et Gravier.

M. Laisant fait une communication sur un nouveau théorème d'arithmétique qui avait déjà été énoncé par M. Tarry.

M. Chapelon fait connaître une nouvelle méthode pour calculer les racines des équations numériques.

Séance du 28 Mars 1908.

PRÉSIDENCE de M. LÉCAILLON.

M. Coutière fait une communication sur la formule branchiale d'un Thalassinidé du genre *Eiconaxius*, où l'on rencontre une podobranchie et une sétobranchie à insertion commune.

M. Pellegrin fait hommage à la Société de son travail sur les poissons d'eau douce de Madagascar.

Séance du 11 Avril 1908.

PRÉSIDENCE de M. LÉCAILLON.

MM. Rabaud et Maignon présentent la candidature de M. Jarricot, de Lyon, comme correspondant dans la troisième section. MM. Rabaud, Lécaillon, Lemoine sont chargés d'examiner cette candidature.

M. André démontre le théorème suivant : Dans l'hyperbole équilatère, la portion de la normale en M, comprise entre les axes de

symétrie de la courbe, a pour milieu le point M, et cette propriété n'appartient qu'à cette courbe.

Séance du 25 Avril 1908.

PRÉSIDENCE de M. ANDRÉ.

Après lecture du rapport de M. Rabaud, le vote sur la candidature de M. Jarricot est renvoyé à la prochaine séance. M. André présente la candidature de M. Rouvier comme membre titulaire dans la première section. MM. André, Lebon, Perrin, sont chargés d'examiner cette candidature.

M. Lebon fait une communication sur une table d'éléments donnant les facteurs premiers d'un nombre inférieur à 100 millions.

M. Rabaud entretient la Société des prétendues pierres-figures, dont il présente un curieux spécimen trouvé par lui au bord de la mer.

BANQUET ANNUEL

Le banquet annuel de la Société Philomathique a eu lieu le 24 février, au restaurant Champeaux.

Etaient présents : MM. André (D.), Berthelot (D.), Bouvier, Chapelon, Coutière, Dongier, Grandidier (G.), Guieysse, Hallion, Henneguy, Laisant, Launoy, Lebon, Lécaillon, Lesage, Marage, Mahler, Mayer, Michel, Mocquart, Moureu, Roché, Perrin, Tarry, Vaillant.

S'étaient excusés : MM. Bourgeois, Cayeux, Deschamps, Leau, Lemoine, Matignon, Rabaud, Winter.

Au dessert, le Président prononce l'allocution suivante :

MESSIEURS ET CHERS CONFRÈRES,

Parmi d'autres titres dont elle pourrait être fière, la Société Philomathique mériterait peut-être celui de Société des traditions. Ils ne me contrediront certes pas, ceux de nos confrères qui, pour des raisons sans

aucun doute valables, ou peut être aussi — car on ne peut jamais savoir — poussés par quelque démon révolutionnaire, veulent de temps à autre modifier telle ou telle de nos habitudes dont l'origine se perd dans le passé. En quelques mots aussi fermes que courtois, ceux des membres de l'assemblée qui sont les plus qualifiés pour parler au nom de notre Société, ont bientôt rappelé les novateurs malencontreux — dont je suis parfois, je l'avoue humblement — au respect de la tradition. Assurément nos sages confrères ont raison, car la tradition, surtout dans une Société plus que centenaire, est une force considérable qu'il faut se garder de briser à la légère. Du reste, ces sages confrères sont aimés de tous, ce qui leur assure toujours la victoire à l'unanimité des voix, y compris celles des révolutionnaires d'un moment.

Mais, en tout cas, une tradition dont personne ici ne médiera, surtout après les soins délicats dont nous sommes l'objet ce soir, est celle de notre banquet annuel. Je ne sais pas d'ailleurs si cette tradition est très ancienne à la Société Philomathique. Elle fut, tout au moins, interrompue pendant de longues périodes. Dans sa « notice sur les origines et l'histoire de la Société Philomathique », notre illustre et regretté confrère, M. Marcelin Berthelot, ne nous dit pas si autrefois les membres de la Société se réunissaient en un banquet. Mais plusieurs de nos confrères ici présents ont, je crois, assisté tout au moins au banquet déjà vieux de près de 20 ans qui fut donné, le 10 décembre 1888, dans la salle même où nous sommes en ce moment, à l'occasion du centenaire de la Société Philomathique. Cependant la tradition du banquet annuel ne fut reprise qu'en 1903, grâce à l'initiative de notre si dévoué confrère, M. André, que l'on trouve toujours au premier rang lorsqu'il s'agit de défendre nos intérêts. M. André, alors président de la Société Philomathique, fut, par là même, le président du banquet qui eut lieu, cette année-là, le 9 février. Depuis lors, la tradition du banquet annuel resta populaire à la Société Philomathique, et, si j'en juge d'après notre réunion de ce soir, elle n'est pas à la veille d'être de nouveau interrompue.

Et véritablement, mes chers confrères, de telles réunions ne sauraient être taxées ni de frivolité ni d'inutilité. Sans doute nous éprouvons tous grand plaisir à nous trouver rassemblés autour d'une vaste table chargée des mets les plus délicats et des vins les mieux choisis, et décorée des fleurs les plus attrayantes. Mais il y a davantage : dans les réunions semblables à celles d'aujourd'hui, plus encore que dans nos assemblées du samedi, l'atmosphère de véritable amitié et de cordiale simplicité que l'on rencontre toujours à la Société Philomathique, s'épanouit plus complètement encore, et s'il en était de moroses parmi nous, ils seraient vite rassérénés en entrant dans cette salle. Et puis n'est-il pas juste, et même indispensable, qu'après avoir vécu pendant une année en tête à tête avec les tables des nombres premiers, avec les substances colloïdes, avec les rayons X, avec les éléments histologiques, les membres de notre Société, qui ont appris à s'estimer au milieu des discussions scientifiques, aient la possibilité de se mieux connaître, si tel est leur bon plaisir, en s'adonnant, au moins une fois l'an, à des causeries à la fois moins ardues et plus récréatives ?

Mes chers confrères, tous mes prédécesseurs à la présidence de la Société Philomathique ont déjà, je crois, montré l'importance qu'il y a à

maintenir notre Société dans sa forme traditionnelle, malgré le grand nombre de sociétés scientifiques spéciales qui ont été créées depuis un certain nombre d'années. Je me joindrai à eux pour souligner cette importance, laquelle semble n'avoir pas encore suffisamment séduit un certain nombre de nos confrères qui, il me semble, délaissent un peu nos réunions du samedi. Lorsqu'on jouit encore de l'heureux privilège d'être compté au nombre des jeunes, il y a grand danger à se spécialiser trop vite et trop complètement, et des réunions comme les nôtres, où l'on parle des questions les plus diverses, sont bien faites pour parer à ce danger. Lorsqu'au contraire l'on est déjà obligé de consacrer à peu près tout son temps à l'étude de problèmes scientifiques bien délimités et nécessairement très restreints, l'on doit plus que jamais, si l'on veut avoir notion de l'évolution générale des connaissances humaines, éviter de se tenir tout à fait en dehors du mouvement scientifique général. Dans ce cas encore les réunions de la Société Philomathique peuvent rendre les plus grands services.

Mais, Messieurs et chers confrères, le moment serait mal choisi de garder la parole plus longtemps et d'abuser de la bienveillante attention que vous voulez bien m'accorder ; aussi je terminerai en vous proposant de boire tous à la prospérité toujours croissante de notre vieille Société Philomathique.

M. Vaillant, invité à répondre comme doyen des membres présents, l'a fait en ces termes :

MES CHERS COLLÈGUES,

Grâce à mon ancienneté dans la Société Philomathique, le périlleux honneur de répondre au discours de notre Président m'échoit cette année. Je ne sais toutefois si l'épithète usuelle de périlleux est juste ici, tant la confraternité qui ne cesse jamais de régner entre nous tous, assure à chacun une sympathie bienveillante qui doit le rassurer, dès l'instant surtout où il fait preuve de bonne volonté dans l'exécution d'un mandat reçu à l'improviste.

Comme l'a dit notre Président, on ne saurait trop reconnaître l'heureuse influence du banquet annuel pour resserrer les liens qui nous unissent et, depuis longues années, il m'a été permis de l'apprécier. A cette réunion on voyait en effet apparaître autrefois des membres illustres qui, empêchés par leurs occupations et leur haute situation, d'assister à nos séances, alors hebdomadaires, se faisaient un véritable devoir d'y venir régulièrement. C'est ainsi qu'Elie de Beaumont, Decaisne, de Quatrefages et tant d'autres venaient se joindre à nos jeunes membres pour nous encourager et nous servir d'exemples.

Il faut, nous le savons, dans l'heureux succès de cette fête faire grande part à ceux qui se chargent de l'organiser. A l'époque où j'eus l'honneur d'entrer dans notre Société, elle était sous ce rapport merveilleusement servie. Un mathématicien connu, Catalan, qui plus tard nous quitta pour occuper un poste élevé à l'Université de Bruxelles, prenait son rôle à cœur et s'y adonnait tout entier. Un mois, six semaines avant la date

fixée on le trouvait embusqué dans la salle des pas perdus de l'Académie des Sciences et, dès qu'il apercevait un membre faisant partie de la Société philomathique, — le nombre en était grand, — il sautait littéralement sur lui, sa liste de souscription au banquet à la main, cherchant de gré ou de force à la lui faire signer. Son départ fut, à ce point de vue, des plus fâcheux, quelques membres s'efforcèrent de continuer la tradition, moi-même à un certain moment, mais je fus sur ces entrefaites éloigné de Paris par diverses circonstances, d'autres se trouvèrent dans le même cas.

Vers cette époque, d'ailleurs, la Société philomathique subissait une crise, comme elle en a éprouvé à divers intervalles et se trouvait dans une situation si critique, que plusieurs membres des plus dévoués, tel Armand Moreau, lequel nous entretenait si souvent de ses expériences sur l'électricité de la Torpille, sur la vessie natatoire des Poissons, savantes recherches dont on eut toujours la primeur, que ces membres, dis-je, perdaient tout espoir et ne parlaient rien moins que d'une liquidation définitive.

Pour résister à la mauvaise fortune, nous abandonnions le local de la rue de Nesles, où depuis un temps difficile à déterminer mais certainement très long s'étaient tenues les séances, nous nous transportions rue des Grands-Augustins, dans le local de la Société géologique de France, nous supprimions notre Agent et, grâce à ces héroïques et économiques résolutions, le Bulletin continuait de paraître, la vitalité de la Société était conservée et s'affirmait de jour en jour par des progrès lents mais continus.

Le banquet se ressentit naturellement de ce malaise ; il n'eut pas lieu de temps à autre pour reprendre ensuite avec plus ou moins de succès. Il y a 20 ou 25 ans, époque où d'Alméida s'occupait avec grand zèle de la Société, alors que Champeaux, auquel nous étions restés toujours invinciblement attachés, pour modifier son organisation et réaliser cette installation princière dans laquelle nous nous trouvons aujourd'hui, s'était provisoirement transporté au Palais-Royal dans une des maisons du côté de la rue de Valois, nous n'étions que six ou sept autour de la table, malgré cela résolus de lutter et confiants dans l'avenir. On se sentait soutenu en ce que peu d'années nous séparaient de l'époque de notre centenaire, qu'on ne pouvait pas ne pas chercher à atteindre à tout prix, et, grâce au zèle, au dévouement de tous, le succès couronna nos efforts.

Lorsqu'arriva le 10 Décembre 1888, le banquet, tenu dans cette même salle où nous nous trouvons aujourd'hui, réunissait près de cinquante membres anciens et nouveaux, sans compter l'expression d'aussi nombreux regrets d'absents ou empêchés, qui tenaient à témoigner de leur attachement à la Société philomathique.

Dans cette réunion, avec la franche cordialité qui ne cesse de régner entre nous, des détails étaient donnés sur la tenue ancienne de ces fêtes gastronomiques. Le regretté Joseph Bertrand nous racontait qu'à une époque, éloignée de l'antialcoolisme actuel, où l'on ne craignait guère la chaleur engendrée par les vins généreux, certains membres, et non des moins célèbres, égayaient par leurs chants la fin du repas. C'est ainsi que l'illustre physicien Savart, qu'ont immortalisé ses magistrales recherches en acoustique, affectionnait d'entonner une chanson interminable, au dire du savant secrétaire perpétuel qui nous contait la chose, dans laquelle

l'eau faisait boire le vin, où il était question du déluge. C'est assez désigner l'ÉLOGE DE L'EAU d'Armand Gouffé :

Il pleut, il pleut enfin !
Et la vigne altérée
Va se voir restaurée
Par ce bienfait divin.
De l'eau chantons la gloire ;
On la méprise en vain,
C'est l'eau qui nous fait boire
Du vin, du vin, du vin !

délicate poésie qui a charmé nos aïeux pendant de longues années.

Ces souvenirs sont bons et agréables à rappeler comme témoignant qu'à toute époque la confraternité la plus sincère n'a cessé de régner dans la Société philomathique, combien elle est toujours restée fidèle à sa devise :

Etude et Amitié.

En la rappelant, je vous propose, Messieurs et chers Collègues, de lever nos verres dans un sentiment d'union et de concorde.

RAPPORT SUR LES COMPTES DE 1907

Par G. TARRY

MESSIEURS,

Au nom de la Commission que vous avez nommée, j'ai l'honneur de vous soumettre l'Etat comparatif des recettes et des dépenses pour les années 1906 et 1907.

Etat comparatif des Recettes :

	1906	1907	Augmentation	Diminution
Subvention ministérielle	1.000 »	1.000 »	»	»
Cotisations Membres titulaires	980 »	900 »	»	80 »
Cotisations Membres correspondants.	140 »	170 »	30 »	»
Abonnements et vente du <i>Bulletin</i>	177 50	157 »	»	20 50
Intérêts de fonds placés	252 90	259 68	6 78	»
Recettes accidentelles.	2 60	»	»	2 60
	<u>2.553 »</u>	<u>2.486 68</u>	<u>36 78</u>	<u>103 10</u>
Diminution des Recettes.				66 32

Etat comparatif des Dépenses :

	1906	1907	Augmentation	Diminution
<i>Bulletin</i> : impression de tirages à part, déduction faite d'un remboursement de 38 fr. 50.	973 »	1.362 10	389 10	»
<i>Bulletin</i> : photographures	113 35	409 70	296 35	»
Frais de bureau (affranchissements, imprimés, etc).	252 52	281 55	29 03	»
Allocation à M. Reykaert	200 »	200 »	»	»
Appointements à M. Vézinaud	300 »	300 »	»	»
Étrennes à divers.	30 »	20 »	»	10 »
	<u>1.868 87</u>	<u>2.573 35</u>	<u>714 48</u>	<u>10 »</u>
Augmentation des Dépenses.			708 44	

En 1907, les dépenses (2.573 fr. 35) ont excédé les recettes (2.486 fr. 68) de 86 fr. 67 ; le solde en caisse de 1.676 fr. 10 au 1^{er} janvier 1907, se trouve diminué de cet excédent au 1^{er} janvier 1908, et par conséquent égal à 1.589 fr. 43, somme ainsi répartie :

Aux mains du trésorier.	4.535 fr. 39
Aux mains de l'agent.	54 fr. 04
TOTAL ÉGAL.	1.589 fr. 43

Notre actif comprend encore des fonds placés, dont les titres d'un prix d'achat de 7.513 fr. 05 représentent une valeur actuellement supérieure d'environ mille francs, ce qui porte le total de l'actif à près de dix mille francs.

Passons à l'examen des états comparatifs.

Les recettes ont subi une baisse de 66 fr. 32, mais nos recettes par leur nature, ne peuvent éprouver que de légères fluctuations, et tout l'intérêt se porte sur les dépenses.

Les dépenses de 1907 ont excédé de 704 fr. 48 celles de 1906, et portent presque entièrement sur les dépenses du *Bulletin* (685 fr. 45), parcequ'il n'y a pas de dépenses extraordinaires et que les autres dépenses ne peuvent guère varier.

Mais nous venons de voir que le solde en caisse est resté à peu près stationnaire, de sorte que nos dépenses ont équilibré nos recettes en 1907.

La Commission des comptes pour 1905 avait constaté que les dépenses dépassaient notablement les recettes à cette époque, et faisait justement observer qu'il serait prudent, au point de vue financier, de ne pas exagérer le développement du *Bulletin*, malgré les avantages que la Société peut en attendre à d'autres points de vue. D'autre part, il serait déplorable de sacrifier tous ces autres avantages à un intérêt financier. Aussi le mieux paraît être de donner au *Bulletin* un développement tel que les dépenses équilibrent les recettes, comme il est arrivé pour l'année 1907.

C'est cet heureux résultat que nous vous avons fait constater.

Votre Commission vous propose d'approuver les comptes, et de voter des remerciements à notre excellent trésorier, M. Rabaud, dont elle a pu apprécier la parfaite exactitude et le soin consciencieux, ainsi qu'à M. Vézinaud, dont le zèle et la ponctualité n'ont rien laissé à désirer.

SUR UNE

TABLE D'ÉLÉMENTS

DONNANT LES

FACTEURS PREMIERS DES NOMBRES

JUSQU'À CENT MILLIONS

PAR
ERNEST LEBON

Société Philomathique de Paris, séance du 25 avril 1908.

PRÉLIMINAIRES ⁽¹⁾.

1. — Je me propose d'indiquer comment on peut résoudre rapidement, pour les grands nombres, au moyen d'une nouvelle Table relativement peu étendue, le double problème suivant : Un nombre étant donné, trouver ses facteurs premiers s'il est composé ou reconnaître qu'il est premier.

Considérons des nombres N non divisibles par les nombres premiers premiers 2, 3, ..., 17 dont le produit égale 510 510. Je nomme *base* ce produit. La base sera désignée par B .

En divisant un nombre N par la base 510 510, on a un quotient K et un reste I , que je nomme *indicateur*. La limite des nombres N auxquels la Table est applicable étant exactement 100 059 959, les facteurs premiers qu'il faut employer sont 19, 23, 29, ..., 9 973. Il y en a 1 222. Cette limite est choisie de telle sorte que la Table ne contienne pas de nombres ayant plus de quatre chiffres. La limite de N étant 100 059 959, la limite de K est 195.

La base B étant égale à 510 510, le nombre des indicateurs est de 92 160 ; ce sont 19, 23, 29, ..., 510 509.

1. J'ai exposé dans les Périodiques suivants la théorie de la méthode dont je vais donner une application :

Comptes rendus de l'Académie des Sciences de Paris, tome CXXI, n° 1, 1905.
— *Jornal de Sciencias mathematicas, physicas e naturaes*, de l'Académie Royale des Sciences de Lisbonne, 2^e série, tome VII, n° 27, 1906. — *Rendiconti della R. Accademia dei Lincei*, vol. XV, 1^o sem. série 5^a, fasc. 8^o, Roma. 1906. — *Bulletin of the american mathematical Society*, 2^d series, vol. XIII, n° 2, New-York, 1906.

Je désigne par k les valeurs du quotient K qui correspondent à l'un des facteurs premiers D de N , lorsque D est supérieur à k et inférieur à 9973. J'appelle *caractéristiques* les nombres k .

Je nomme *éléments* d'un nombre N la caractéristique k , l'indicateur I et le facteur premier D relatifs à ce nombre, et *Table d'Éléments* la Table qui les contient.

Les nombres premiers supérieurs à B et les multiples de D n'ont pas de caractéristiques ; par suite ils ne figurent pas dans la Table d'Éléments. Il sera expliqué comment, au moyen de celle-ci, on trouve ces nombres premiers ou quels sont les facteurs premiers des multiples de D .

Grâce à cette suppression et à celle des nombres divisibles par les facteurs premiers de B , une Table d'Éléments occupera beaucoup moins de place qu'une Table donnant les diviseurs des nombres jusqu'à cent millions et ayant la disposition jusqu'ici adoptée.

2. — Un nombre N sera souvent représenté par le symbole $K; I$, qui équivaut à $510510K + I$. Comme nous prenons K inférieur à B , cette représentation de N suppose que la base du système de numération est 510510, que I et K représentent respectivement les unités du premier ordre et du second ordre.

3. — Pour avoir les caractéristiques, les indicateurs et les facteurs premiers qui leur correspondent, j'ai indiqué une méthode ⁽²⁾. En voici une autre.

Connaissant l'indicateur et la caractéristique d'un nombre N , l'emploi simultanément des Tables des Restes ρ et des Restes R ⁽³⁾, permet de former rapidement le Tableau qui contient : 1° sur la première ligne horizontale tous les indicateurs I en ordre croissant, relatifs à la base 510510 ; 2° dans la première colonne verticale toutes les valeurs de K de 0 à 195 compris ; 3° dans les rectangles communs à une colonne, ayant en tête un indicateur I , et à une bande, ayant en tête une valeur de K , les facteurs premiers des nombres $K; I$.

Après avoir inscrit tous les facteurs premiers des nombres composés $K; I$ jusqu'à la valeur 18 de K , on inscrit le moindre facteur premier des nombres $K; I$ multiples des nombres premiers, de 19 à 193 com-

2. *Comptes rendus de l'Association Française pour l'Avancement des Sciences*, Congrès de Lyon, 1906.

3. *Bulletin de la Société Philomathique*, 9^e série, tome X, n° 4, 1908. — M. Luis de Alba y Clares, Capitaine de l'Armée Espagnole, collabore à la construction de ces Tables des restes ρ et R .

pris, qui sont contenus dans les nombres composés précédents, en faisant usage de la formule

$$(1) \quad K = k + nD,$$

n étant un entier ⁽¹⁾. Cette inscription se fait très vite si l'on a sous les yeux le tableau des multiples utiles des nombres premiers de 19 à 193 compris.

Au-dessus de la valeur 18 de K , on peut encore trouver des nombres composés qui admettent des facteurs premiers auxquels la formule (1) est applicable.

Dans ce Tableau, la décomposition complète en facteurs premiers des nombres composés K ; I peut n'être inscrite que jusqu'à la valeur 97 de K . En effet, quand K égale 96, il peut exister une valeur de D égale à 97; or la somme $96 + 97$ est inférieure à 195; donc il y a une valeur de K supérieure à 96 à laquelle correspond un multiple de 97. Quand la valeur de K est 97 la somme $97 + 97$ est aussi plus petite que 195; mais ce fait ne se présente que s'il y a le diviseur 97 à la valeur 0 de K ; si alors ce diviseur 97 est multiplié par un nombre premier p supérieur à 97 et ne dépassant pas 193, il n'y a pas de multiple de p entre 97 et 195, car la somme $97 + p$ est supérieure à 195. La même chose a lieu pour les valeurs de K supérieures à 97.

4. — On remarquera que, si l'on fait en même temps la recherche des facteurs premiers des nombres ayant deux indicateurs *supplémentaires* I et I' , c'est-à-dire deux indicateurs dont la somme égale B , on obtient ces facteurs premiers plus rapidement que si l'on fait cette recherche sans associer ces indicateurs. Cela résulte de ce que ⁽¹⁾, quand deux indicateurs I et I' sont supplémentaires, à un même diviseur premier D , il correspond des caractéristiques k et k' , pour ces indicateurs I et I' , telles que

$$k + k' = D - 1.$$

CONSTRUCTION DE LA TABLE D'ÉLÉMENTS.

5. — Supposons que le Tableau précédent soit formé. Voici comment on en déduit les 92 160 Tableaux de la Table d'Éléments relatifs à la base 510510; ces derniers Tableaux ayant en tête les valeurs, en ordre croissant, des indicateurs I . Ils seront désignés en faisant suivre le mot Tableau de la valeur de l'indicateur.

Dans la colonne à gauche d'un Tableau **I** est inscrite, en caractères gras, chaque caractéristique k , en ordre croissant; dans la colonne à

droite est inscrit, en caractères maigres, le diviseur premier D du nombre k ; **I**:

Tous les Tableaux **I** se forment comme il va être expliqué pour le Tableau **1**.

1	
k	D
1	19
1	97
2	181
3	43
5	29
7	37
7	59
9	101
11	23
12	47
15	31
28	41
32	157
33	113
34	53
36	151
38	67
39	71
40	173
46	79
54	193
60	61
64	109
65	83
66	73
74	89
74	407
76	103

1	
k	D
4	1429
6	1451
13	677
14	1091
19	347
22	2647
23	3209
24	1693
30	509
31	421
35	227
41	991
47	373
48	4397
50	4217
51	3307
53	1367
56	811
61	3167
67	521
68	349
70	2087
72	127
73	229
78	457
83	1093
86	547
90	1669
94	211
95	331
99	1163

1	
k	D
102	1021
111	571
113	1061
114	4177
117	137
119	269
120	149
124	139
128	7517
130	167
131	2027
133	233
136	163
137	4637
138	4231
141	659
143	1667
144	433
145	5023
152	479
159	4447
160	6361
162	1327
164	241
165	1193
169	3631
171	2399
174	691
178	197
180	6449
186	5209
190	8447
194	409

6. — Examinons les cas qui peuvent se présenter.

1° Soit un nombre composé k ; **1** dont le moindre facteur premier D est compris entre 193 et 9973. Un tel nombre a une caractéristique k , égale à K , que l'on inscrit dans la Table des Eléments en mettant sur la même ligne, à droite, le facteur premier D .

Exemple. Les nombres 13; **1**, 14; **1**, 22; **1**, qui admettent comme moindres facteurs premiers respectivement 677, 1091, 2647, donneront les caractéristiques 13, 14, 22, placées respectivement en avant des diviseurs premiers 677, 1091, 2647.

2° Soit un nombre composé K ; **1** admettant un ou plusieurs facteurs premiers p , supérieurs à K et ne dépassant pas 193. Il peut

alors exister des multiples de p , jusqu'à la valeur 195 de K . Au plus petit p' de ces facteurs premiers p , il correspond une caractéristique k , égale à K . La même caractéristique k correspondra aussi aux facteurs premiers $p'', p''', \dots$, qui suivent p' , si les sommes $k + p'', k + p''', \dots$ ne dépassent pas 195, en vertu de la formule (1).

Exemple. — Les nombres 1 ; 1 et 74 ; 1 sont respectivement les produits des facteurs premiers 19, 97, 237 et 89, 107, 3 967. Les caractéristiques 1 et 74 correspondront respectivement aux facteurs premiers 19 et 97 d'une part, 89 et 107 d'autre part.

3° Soit un nombre K ; 1 admettant un ou plusieurs facteurs premiers inférieurs à K et un autre p supérieur à K et ne dépassant pas 193 : on adjoindra à p une caractéristique k , égale à K , lorsque la somme $K + p$ ne dépassera pas 195 ; lorsque la somme $K + p$ dépassera 195, on ne mettra ni le diviseur p , ni de caractéristique.

Exemple I. — Soit 46 ; 1 = 31.43.79.223. Comme $46 + 79 < 195$, on devra adjoindre au diviseur 79 la caractéristique 46.

Exemple II. — Soit 87, 1 = 53.131.6397. On ne mettra ni le diviseur 131, ni de caractéristique, car $87 + 131 > 195$.

4° Les nombres premiers K ; 1 n'ont pas de caractéristiques.

7. — J'ai divisé les caractéristiques de la Table d'Éléments en deux groupes dans chacun desquels elles vont en croissant : le premier groupe comprend celles qui ne dépassent pas 96, le second comprend toutes les autres. Cette disposition rend les recherches plus rapides, parce qu'elle sépare, de 0 à la limite 195, les caractéristiques des nombres premiers ayant des multiples de celle des nombres premiers qui n'ont pas de multiples.

DISPOSITION DE LA TABLE DE RESTES r .

8. — Lorsque K ne se trouve pas parmi les caractéristiques k , on résout, avec la Table d'Éléments, rapidement le double problème en question, en employant une petite *Table de Restes r* , obtenus en divisant les entiers de 19 à 195 compris par les nombres premiers de 19 à 193 compris. Dans cette Table, les restes r , qui doivent être comparés aux caractéristiques k , sont, comme celles-ci, rangés en ordre croissant, de sorte que la comparaison que l'on doit faire est très rapide.

Cette Table de Restes r se trouve à la fin du Mémoire (page 77).

9. — Il me semble important d'insister sur cette remarque que la petite Table de Restes r doit servir pour toute la Table d'Éléments.

MODE D'EMPLOI DE LA TABLE D'ÉLÉMENTS.

10. — Soit N un nombre non divisible par les nombres premiers de 2 à 17, dont le produit égale la base 510510, N étant au plus égal à 100 059 959.

En divisant N par 510510, on obtient un quotient K et un reste I , qui est l'indicateur.

Table d'Éléments.

1	
k	D
1	19
1	97
2	181
3	43
5	29
7	37
7	59
9	101
11	23
12	47
15	31
28	41
32	157
33	113
34	53
36	151
38	67
39	71
40	173
46	79
54	193
60	61
64	109
65	83
66	73
74	89
74	107
76	103

1	
k	D
4	1429
6	1451
13	677
14	1091
19	347
22	2647
23	3209
24	1693
30	509
31	421
35	227
41	991
47	373
48	4397
50	4217
51	3307
53	1367
56	811
61	3167
67	521
68	349
70	2087
72	127
73	229
78	457
83	1093
86	547
90	1669
94	211
95	331
99	1163

Table de restes r .

139	D
0	139
1	23
2	137
5	67
6	19
8	131
10	43
12	127
15	31
16	41
17	61
21	59
23	29
26	113
28	37
30	109
32	107
33	53
36	103
38	101
42	97
45	47
50	89
56	83
60	79
66	73
68	71

147	D
1	73
2	29
5	71
6	47
8	139
9	23
10	137
13	67
14	19
16	131
18	43
20	127
23	31
24	41
25	61
29	59
34	113
36	37
38	109
40	107
41	53
44	103
46	101
50	97
58	89
64	83
68	79

149	D
0	149
1	37
3	73
4	29
7	71
8	47
10	139
11	23
12	137
15	67
16	19
18	131
20	43
22	127
25	31
26	41
27	61
31	59
36	113
40	109
42	107
43	53
46	103
48	101
52	97
60	89
66	83
70	79

1° Lorsque K est égal à une caractéristique k d'un Tableau I de la Table d'Éléments, N admet le facteur premier D inscrit à droite de k .

Exemple. — Soit $N = 24504481$. On trouve $K = 48$ et $I = 1$. Comme le Tableau 1 contient la caractéristique 48, N admet le facteur premier 4397, à droite de la caractéristique 48. En divisant N par

4397 on trouve pour quotient 5573. Ce nombre, étant inférieur à la base, est parmi les indicateurs de la Table d'Éléments. Il est premier.

2° Lorsque K ne se trouve pas parmi les caractéristiques k d'un Tableau I de la Table d'Éléments, on cherche K dans la Table de Restes r parmi les nombres inscrits dans la première ligne horizontale de ses Tableaux. On descend verticalement dans la colonne k de la Table d'Éléments et dans la colonne K de la Table de Restes r , en

Table d'Éléments.

1	
k	D
1	49
1	97
2	481
3	43
5	29
7	37
7	59
9	401
11	23
12	47
15	31
28	41
32	157
33	143
34	53
36	151
38	67
39	71
40	173
46	79
54	193
60	61
64	109
65	83
66	73
74	89
74	107
76	103

1	
k	D
4	1429
6	1451
13	677
14	1091
19	347
22	2647
23	3209
24	1693
30	509
31	421
35	227
41	991
47	373
48	4397
50	4217
51	3307
53	1367
56	811
61	3167
67	521
68	349
70	2087
72	127
73	229
78	457
83	1093
86	547
90	1659
94	211
95	331
99	1163

Table de Restes r .

139	D
0	139
1	23
2	137
5	67
6	19
8	131
10	43
12	127
15	31
16	41
17	61
21	59
23	29
26	113
28	37
30	109
32	107
33	53
36	103
38	101
42	97
45	47
50	89
56	83
60	79
66	73
68	71

147	D
1	73
2	29
5	71
6	47
8	139
9	23
10	137
13	67
14	19
16	131
18	43
20	127
23	31
24	41
25	61
29	59
34	113
36	37
38	109
40	107
41	53
44	103
46	101
50	97
58	89
64	83
68	79

149	D
0	149
1	37
3	73
4	29
7	71
8	47
10	139
11	23
12	137
15	67
16	19
18	131
20	43
22	127
25	31
26	41
27	61
31	59
36	113
40	109
42	107
43	53
46	103
48	101
52	97
60	89
66	83
70	79

regardant à la fois le couple k D formé par une caractéristique k et le diviseur premier D qui lui correspond, et le couple r D, formé par un reste r et le diviseur premier D qui lui correspond.

Si l'on trouve un couple k D de la Table d'Éléments identique à un groupe r D de la Table de Restes r , on en conclut que N admet le diviseur premier D.

Si une telle identité ne se présente pas, on en conclut que le nombre N est premier.

Grâce aux dispositions adoptées dans les deux Tables, cette comparaison est très rapide.

Exemple I. — Soit $N = 70\,960\,891$. On trouve $K = 139$ et $I = 1$. Le Tableau 1 ne contient pas de caractéristique égale à 139. En descendant, comme il vient d'être expliqué, dans le premier groupe du Tableau 1 de la Table d'Éléments et dans la colonne 139 de la Table de Restes r , on y trouve les deux couples 15 31 et 66 73. On en conclut que N admet les diviseurs premiers 31 et 73. En divisant N par 31 et le quotient obtenu par 73, on trouve pour quotient final 31 357. Ce nombre, étant inférieur à la base, est parmi les indicateurs de la Table d'Éléments. Ce nombre est premier.

Exemple II. — Soit $N = 76\,065\,991$. On trouve $K = 149$ et $I = 1$. Le Tableau 1 ne contient pas de caractéristique égale à 149. En descendant, comme il vient d'être expliqué, dans le Tableau 1 de la Table d'Éléments et dans la colonne 149 de la Table de Restes r , on y trouve le couple 11 23. On en conclut que N admet le diviseur premier 23. En divisant N par 23, on trouve pour quotient 3 307 217.

Comme ce nombre est supérieur à la base, il faut le diviser par celle-ci. On trouve $K = 6$ et $I = 244\,157$. Au moyen du Tableau 244157 de la Table d'Éléments, on voit que 3 307 217 admet le diviseur premier 487. Le quotient obtenu en divisant 3 307 217 par 487 est l'indicateur premier 6 791.

Par suite $N = 23.487.6791$.

Exemple III. — Soit $N = 75\,044\,971$. On trouve $K = 147$ et $I = 1$. Le Tableau 1 ne contient pas de caractéristique égale à 147. En descendant, comme il vient d'être expliqué, dans le premier groupe du Tableau 1 de la Table d'Éléments et dans la colonne 147 de la Table de Restes r , on n'y trouve pas de couples identiques. On en conclut que N est premier.

11. — Le Tableau 1 donne la solution du double problème en question pour les 196 premiers termes de la progression arithmétique dont la raison est 510 510, dont le premier terme est 1. Dans cette partie de progression, il y a, à partir de son second terme, 54 nombres premiers pour lesquels K a les valeurs suivantes :

8	10	16	17	18	21	25	26	27	29	37	42	43	45
49	52	55	62	71	75	79	82	84	85	88	91	93	97
100	101	104	107	109	112	116	122	123	127	129	135	142	147
154	156	157	158	161	166	167	168	176	177	185	188		

TABLE D'ÉLÉMENTS AVEC DES TABLEAUX CONTENANT CHACUN
DEUX INDICATEURS SUPPLÉMENTAIRES.

12. — Pour faire la Table d'Éléments, on peut associer les indicateurs supplémentaires ⁽⁴⁾.

Soient k et k' les caractéristiques relatives respectivement à un indicateur I inférieur à $\frac{1}{2}B$ et à l'indicateur I' , supplémentaire de I .

Les diviseurs premiers D seraient rangés en ordre croissant et formeraient trois groupes (page 75).

1

Dans le premier groupe, **510509**, on mettrait les diviseurs premiers D auxquels correspondent des caractéristiques k et k' ne dépassant pas chacune 194. On aurait alors

$$k + k' = D - 1.$$

En allant de gauche à droite, on aurait une première colonne renfermant les caractéristiques k , une seconde colonne renfermant les caractéristiques k' , une troisième colonne renfermant les diviseurs premiers D rangés en ordre croissant.

Dans le deuxième groupe, **1**, on mettrait les diviseurs premiers D auxquels correspondent les autres caractéristiques k .

Dans le troisième groupe, **510509**, on mettrait les diviseurs premiers D auxquels correspondent les autres caractéristiques k' .

Ces deux derniers groupes n'auraient chacun que deux colonnes, à gauche celle des caractéristiques k ou k' , à droite celle des diviseurs premiers D .

13. — Il serait mieux de donner alors à la Table de Restes r la disposition indiquée dans un autre Mémoire ⁽⁵⁾.

14. — Le premier groupe et le troisième groupe donnent la solution du double problème en question pour les 196 premiers termes de la progression arithmétique dont la raison est 510510, dont le premier terme est 1. Dans cette partie de progression, il y a, à partir de son

4. Voir la *Table de Caractéristiques relatives à la base 2310 des facteurs premiers d'un nombre inférieur à 30 030* ; Paris, Delalain Frères, 1^{er} mars 1906.

5. *Comptes rendus de l'Association Française pour l'Avancement des Sciences*, Congrès de Reims, 1907.

1 510509		
k	k'	D
1	17	49
11	11	23
5	23	29
15	15	31
7	29	37
28	12	41
3	39	43
12	34	47
34	18	53
7	51	59
60	0	61
38	28	67
39	31	71
66	6	73
46	32	79
65	17	83
74	14	89
1	95	97
9	91	101
76	26	103
74	32	107
64	44	109
33	79	113
72	54	127
87	43	131
117	19	137
124	14	139
120	28	149
36	114	151
32	124	157
136	26	163
130	36	167
40	132	173
89	89	179
2	178	181
54	138	193
178	18	197
130	68	199
94	116	211
35	191	227
73	155	229
133	99	233
164	76	241
69	187	257
119	149	269

1	
k	D
95	331
19	347
68	349
47	373
194	409
31	421
144	433
78	457
152	479
30	509
67	521
86	547
111	571
141	659
13	677
174	691
56	811
41	991
102	1021
113	1061
14	1091
83	1093
99	1163
165	1193
162	1327
53	1367
4	1429
6	1451
143	1667
90	1669
24	1693
131	2027
70	2087
171	2399
22	2647
61	3167
23	3209
51	3307
169	3631
114	4177
50	4217
138	4231
48	4397
159	4447
137	4637
145	5023
186	5209
160	6361
180	6449
128	7517
190	8447

510509	
k'	D
38	263
4	271
30	293
98	307
151	353
65	383
27	439
130	461
120	499
106	569
159	593
158	599
58	617
41	683
35	719
69	757
143	971
24	1031
2	1109
115	1123
25	1181
9	1237
107	1301
161	1319
144	1571
83	1627
85	1699
97	1801
121	1889
109	2039
49	2063
180	2557
123	3083
86	3221
142	4783
113	5297
134	7039
136	7481

second terme, 68 nombres premiers pour lesquels K a les valeurs suivantes :

1	3	5	7	8	10	13	16	20	21	22	30	33	37
40	42	45	47	48	50	56	59	60	62	63	64	67	70
72	73	75	78	84	87	88	90	92	96	101	104	105	117
118	119	127	133	137	141	145	146	147	148	154	157	160	163
164	165	166	167	171	179	182	184	185	186	193	194		

15. — Cette disposition ne présente d'avantage, au point de vue du moindre espace occupé, que si l'on représente symboliquement les caractéristiques k et k' et les diviseurs premiers D du premier groupe. On peut faire la représentation symbolique d'une manière telle que l'écriture ordinaire des nombres, dans le système décimal, soit si peu altérée qu'il ne faudrait qu'une faible attention pour lire le vrai nombre. Pour les nombres de 0 à 99, il n'y aurait aucun changement. Pour les nombres de 100 à 199, on écrirait les chiffres des unités et des dizaines en employant un caractère couvert pour le chiffre des dizaines. Pour les quelques nombres de la seconde centaine, on écrirait les chiffres des unités et des dizaines en employant des caractères couverts pour ces deux chiffres.

Table de Restes r .

19	20	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30	31	32	33	34	35	36	37	D
.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	0	1	2	3	4	5	6	37
.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	0	1	2	3	4	5	6	7	8	31
.	.	.	.	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	29
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	23

38	39	40	41	42	43	44	45	D
.	.	.	0	1	2	3	4	43
0	1	2	3	4	5	6	7	19
1	2	3	4	5	6	7	8	37
7	8	9	10	11	12	13	14	31
9	10	11	12	13	14	15	16	29
15	16	17	18	19	20	21	22	23

46	47	48	49	50	51	52	53	54	55	56	D
.	.	.	.	.	.	0	1	2	3	53	
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	47	
3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	43
5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	41
8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	49
9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	37
15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	31
17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27	29

57	D
0	49
4	53
10	47
11	23
14	43
16	41
20	37
26	31
28	29

58	59	60	61	D
.	.	.	0	61
0	1	2	3	59
0	1	2	3	29
1	2	3	4	19
5	6	7	8	53
11	12	13	14	47
12	13	14	15	23
15	16	17	18	43
17	18	19	20	41
21	22	23	24	37
27	28	29	30	31

62	63	64	65	66	67	68	D
.	.	.	.	.	0	1	67
0	1	2	3	4	5	6	31
1	2	3	4	5	6	7	61
3	4	5	6	7	8	9	59
4	5	6	7	8	9	10	29
5	6	7	8	9	10	11	49
9	10	11	12	13	14	15	53
15	16	17	18	19	20	21	47
16	17	18	19	20	21	22	23
19	20	21	22	23	24	25	43
21	22	23	24	25	26	27	41
25	26	27	28	29	30	31	37

69	70	71	72	73	D
.	.	.	0	73	
.	.	0	1	2	71
0	1	2	3	4	23
2	3	4	5	6	67
7	8	9	10	11	31
8	9	10	11	12	61
10	11	12	13	14	59
11	12	13	14	15	29
12	13	14	15	16	19
16	17	18	19	20	53
22	23	24	25	26	47
26	27	28	29	30	43
28	29	30	31	32	41
32	33	34	35	36	37

74	75	D
0	1	37
1	2	73
3	4	71
5	6	23
7	8	67
12	13	31
13	14	61
15	16	59
16	17	29
17	18	49
21	22	53
27	28	47
31	32	43
33	34	41

76	77	78	79	80	81	D
.	.	.	0	1	2	79
0	1	2	3	4	5	19
2	3	4	5	6	7	37
3	4	5	6	7	8	73
5	6	7	8	9	10	71
7	8	9	10	11	12	23
9	10	11	12	13	14	67
14	15	16	17	18	19	31
15	16	17	18	19	20	61
17	18	19	20	21	22	59
18	19	20	21	22	23	29
23	24	25	26	27	28	53
29	30	31	32	33	34	47
33	34	35	36	37	38	43
35	36	37	38	39	40	41

82	83	84	85	D
.	0	1	2	83
0	1	2	3	41
3	4	5	6	79
6	7	8	9	19
8	9	10	11	37
9	10	11	12	73
11	12	13	14	71
13	14	15	16	23
15	16	17	18	67
20	21	22	23	31
21	22	23	24	61
23	24	25	26	59
24	25	26	27	29
29	30	31	32	53
35	36	37	38	47
39	40	41	42	43

86	D
0	43
3	83
4	41
7	79
10	19
12	37
13	73
15	71
17	23
19	67
24	31
25	61
27	59
28	29
33	53
39	47

87	88	89	90	91	D
.	.	0	1	2	89
0	1	2	3	4	29
1	2	3	4	5	43
4	5	6	7	8	83
5	6	7	8	9	41
8	9	10	11	12	79
11	12	13	14	15	19
13	14	15	16	17	37
14	15	16	17	18	73
16	17	18	19	20	71
18	19	20	21	22	23
20	21	22	23	24	67
25	26	27	28	29	31
26	27	28	29	30	61
28	29	30	31	32	59
34	35	36	37	38	53
40	41	42	43	44	47

92	D
0	23
3	89
5	29
6	43
9	83
10	41
13	79
16	19
18	37
19	73
21	71
25	67
30	31
31	61
33	59
39	53
45	47

93	D
0	31
1	23
4	89
6	29
7	43
10	83
11	41
14	79
17	19
19	37
20	73
22	71
26	67
32	61
34	59
40	53
46	47

94	D
0	47
1	31
2	23
5	89
7	29
8	43
11	83
12	41
15	79
18	19
20	37
21	73
23	71
27	67
33	61
35	59
41	53

95	96	97	98	99	100	101	102	103	104	105	D
.	.	.	.	.	.	.	.	0	1	2	103
.	.	.	.	.	.	0	1	2	3	4	101
.	.	0	1	2	3	4	5	6	7	8	97
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	19
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	47
2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	31
3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	23
6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	89
8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	29
9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	43
12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	83
13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	41
16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	79
21	22	23	24	25	26	27	28	29	30	31	37
22	23	24	25	26	27	28	29	30	31	32	73
24	25	26	27	28	29	30	31	32	33	34	71
28	29	30	31	32	33	34	35	36	37	38	67
34	35	36	37	38	39	40	41	42	43	44	61
36	37	38	39	40	41	42	43	44	45	46	59
42	43	44	45	46	47	48	49	50	51	52	53

106	107	108	109	110	D
.	.	.	0	1	109
.	0	1	2	3	107
0	1	2	3	4	53
3	4	5	6	7	103
5	6	7	8	9	101
9	10	11	12	13	97
11	12	13	14	15	49
12	13	14	15	16	47
13	14	15	16	17	31
14	15	16	17	18	23
17	18	19	20	21	89
19	20	21	22	23	29
20	21	22	23	24	43
23	24	25	26	27	83
24	25	26	27	28	41
27	28	29	30	31	79
32	33	34	35	36	37
33	34	35	36	37	73
35	36	37	38	39	71
39	40	41	42	43	67
45	46	47	48	49	61
47	48	49	50	51	59

111	112	113	D
.	.	0	113
0	1	2	37
2	3	4	109
4	5	6	107
5	6	7	53
8	9	10	103
10	11	12	101
14	15	16	97
16	17	18	49
17	18	19	47
18	19	20	31
19	20	21	23
22	23	24	89
24	25	26	29
25	26	27	43
28	29	30	83
29	30	31	41
32	33	34	79
38	39	40	73
40	41	42	71
44	45	46	67
50	51	52	61
52	53	54	59

114	D
0	19
1	113
3	37
5	109
7	107
8	53
11	103
13	101
17	97
20	47
21	31
22	23
25	89
27	29
28	43
31	83
32	41
35	79
41	73
43	71
47	67
53	61
55	59

115	D
0	23
1	19
2	113
4	37
6	109
8	107
9	53
12	103
14	101
18	97
21	47
22	31
26	89
28	29
29	43
32	83
33	41
36	79
42	73
44	71
48	67
54	61
56	59

116	117	D
0	1	29
1	2	23
2	3	19
3	4	113
5	6	37
7	8	109
9	10	107
10	11	53
13	14	103
15	16	101
19	20	97
22	23	47
23	24	31
27	28	89
30	31	43
33	34	83
34	35	41
37	38	79
43	44	73
45	46	71
49	50	67
51	56	61
57	58	59

118	119	120	121	D
0	1	2	3	59
2	3	4	5	29
3	4	5	6	23
4	5	6	7	19
5	6	7	8	113
7	8	9	10	37
9	10	11	12	109
11	12	13	14	107
12	13	14	15	53
15	16	17	18	103
17	18	19	20	101
21	22	23	24	97
24	25	26	27	47
25	26	27	28	31
29	30	31	32	89
32	33	34	35	43
35	36	37	38	83
36	37	38	39	41
39	40	41	42	79
45	46	47	48	73
47	48	49	50	71
51	52	53	54	67
57	58	59	60	61

122	D
0	61
4	59
6	29
7	23
8	19
9	113
11	37
13	109
15	107
16	53
19	103
21	101
25	97
28	47
29	31
33	89
36	43
39	83
40	41
43	79
49	73
51	71
55	67

123	D
0	41
1	61
5	59
7	29
8	23
9	19
10	113
12	37
14	109
16	107
17	53
20	103
22	101
26	97
29	47
30	31
34	89
37	43
40	83
44	79
50	73
52	71
56	67

124	125	126	127	128	D
.	.	.	0	1	127
0	1	2	3	4	31
1	2	3	4	5	41
2	3	4	5	6	61
6	7	8	9	10	59
8	9	10	11	12	29
9	10	11	12	13	23
10	11	12	13	14	19
11	12	13	14	15	113
13	14	15	16	17	37
15	16	17	18	19	109
17	18	19	20	21	107
18	19	20	21	22	53
21	22	23	24	25	103
23	24	25	26	27	101
27	28	29	30	31	97
30	31	32	33	34	47
35	36	37	38	39	89
38	39	40	41	42	43
41	42	43	44	45	83
45	46	47	48	49	79
51	52	53	54	55	73
53	54	55	56	57	71
57	58	59	60	61	67

129	130	131	132	D
.	.	0	1	131
0	1	2	3	43
2	3	4	5	127
5	6	7	8	31
6	7	8	9	41
7	8	9	10	61
11	12	13	14	59
13	14	15	16	29
14	15	16	17	23
15	16	17	18	19
16	17	18	19	113
18	19	20	21	37
20	21	22	23	109
22	23	24	25	107
23	24	25	26	53
26	27	28	29	103
28	29	30	31	101
32	33	34	35	97
35	36	37	38	47
40	41	42	43	89
46	47	48	49	83
50	51	52	53	79
56	57	58	59	73
58	59	60	61	71
62	63	64	65	67

133	D
0	19
2	131
4	43
6	127
9	31
10	41
11	61
15	59
17	29
18	23
20	113
22	37
24	109
26	107
27	53
30	103
32	101
36	97
39	47
44	89
50	83
54	79
60	73
62	71
66	67

134	135	136	137	D
.	.	.	0	137
0	1	2	3	67
1	2	3	4	19
3	4	5	6	131
5	6	7	8	43
7	8	9	10	127
10	11	12	13	31
11	12	13	14	41
12	13	14	15	61
16	17	18	19	59
18	19	20	21	29
19	20	21	22	23
21	22	23	24	113
23	24	25	26	37
25	26	27	28	109
27	28	29	30	107
28	29	30	31	53
31	32	33	34	103
33	34	35	36	101
37	38	39	40	97
40	41	42	43	47
45	46	47	48	89
51	52	53	54	83
55	56	57	58	79
61	62	63	64	73
63	64	65	66	71

138	139	140	D
.	0	1	139
0	1	2	23
1	2	3	137
4	5	6	67
5	6	7	19
7	8	9	131
9	10	11	43
11	12	13	127
14	15	16	31
15	16	17	41
16	17	18	61
20	21	22	59
22	23	24	29
25	26	27	113
27	28	29	37
29	30	31	109
31	32	33	107
32	33	34	53
35	36	37	103
37	38	39	101
41	42	43	97
44	45	46	47
49	50	51	89
55	56	57	83
59	60	61	79
65	66	67	73
67	68	69	71

141	D
0	47
2	139
3	23
4	137
7	67
8	19
10	131
12	43
14	127
17	31
18	41
19	61
23	59
25	29
28	113
30	37
32	109
34	107
35	53
38	103
40	101
44	97
52	89
58	83
62	79
68	73
70	71

142	143	144	D
0	1	2	71
1	2	3	47
3	4	5	139
4	5	6	23
5	6	7	137
8	9	10	67
9	10	11	19
11	12	13	131
13	14	15	43
15	16	17	127
18	19	20	31
19	20	21	41
20	21	22	61
24	25	26	59
26	27	28	29
29	30	31	113
31	32	33	37
33	34	35	109
35	36	37	107
36	37	38	53
39	40	41	103
41	42	43	101
45	46	47	97
53	54	55	89
59	60	61	83
63	64	65	79
69	70	71	73

145	D
0	29
3	71
4	47
6	139
7	23
8	137
11	67
12	19
14	131
16	43
18	127
21	31
22	41
23	61
27	59
32	113
34	37
36	109
38	107
39	53
42	103
44	101
48	97
56	89
62	83
66	79
72	73

146	147	D
0	1	73
1	2	29
4	5	71
5	6	47
7	8	139
8	9	23
9	10	137
12	13	67
13	14	19
15	16	131
17	18	43
19	20	127
22	23	31
23	24	41
24	25	61
28	29	59
33	34	113
35	36	37
37	38	109
39	40	107
40	41	53
43	44	103
45	46	101
49	50	97
57	58	89
63	64	83
67	68	79

148	149	150	151	D
.	.	.	0	151
.	0	1	2	149
0	1	2	3	37
2	3	4	5	73
3	4	5	6	29
6	7	8	9	71
7	8	9	10	47
9	10	11	12	139
10	11	12	13	23
11	12	13	14	137
14	15	16	17	67
15	16	17	18	19
17	18	19	20	131
19	20	21	22	43
21	22	23	24	127
24	25	26	27	31
25	26	27	28	41
26	27	28	29	61
30	31	32	33	59
35	36	37	38	113
39	40	41	42	109
41	42	43	44	107
42	43	44	45	53
45	46	47	48	103
47	48	49	50	101
51	52	53	54	97
59	60	61	62	89
65	66	67	68	83
69	70	71	72	79

152	153	154	D
0	1	2	19
1	2	3	151
3	4	5	149
4	5	6	37
6	7	8	73
7	8	9	29
10	11	12	71
11	12	13	47
13	14	15	139
14	15	16	23
15	16	17	137
18	19	20	67
21	22	23	131
23	24	25	43
25	26	27	127
28	29	30	31
29	30	31	41
30	31	32	61
34	35	36	59
39	40	41	113
43	44	45	109
45	46	47	107
46	47	48	53
49	50	51	103
51	52	53	101
55	56	57	97
63	64	65	89
69	70	71	83
73	74	75	79

155	156	157	D
.	.	0	157
0	1	2	31
3	4	5	19
4	5	6	151
6	7	8	149
7	8	9	37
9	10	11	73
10	11	12	29
13	14	15	71
14	15	16	47
16	17	18	139
17	18	19	23
18	19	20	137
21	22	23	67
24	25	26	131
26	27	28	43
28	29	30	127
32	33	34	41
33	34	35	61
37	38	39	59
42	43	44	113
46	47	48	109
48	49	50	107
49	50	51	53
52	53	54	103
54	55	56	101
58	59	60	97
66	67	68	89
72	73	74	83
76	77	78	79

138	D
0	79
1	157
3	31
6	19
7	151
9	149
10	37
12	73
13	29
16	71
17	47
19	139
20	23
21	137
24	67
27	131
29	43
31	127
35	41
36	61
40	59
45	113
49	109
51	107
52	53
55	103
57	101
61	97
69	89
75	83

159	160	D
0	1	53
1	2	79
2	3	157
4	5	31
7	8	19
8	9	151
10	11	149
11	12	37
13	14	73
14	15	29
17	18	71
18	19	47
20	21	139
21	22	23
22	23	137
25	26	67
28	29	131
30	31	43
32	33	127
36	37	41
37	38	61
41	42	59
46	47	113
50	51	109
52	53	107
56	57	103
58	59	101
62	63	97
70	71	89
76	77	83

161	162	163	D
.	.	0	163
0	1	2	23
2	3	4	53
3	4	5	79
4	5	6	157
6	7	8	31
9	10	11	149
10	11	12	151
12	13	14	149
13	14	15	37
15	16	17	73
16	17	18	29
19	20	21	71
20	21	22	47
22	23	24	139
24	25	26	137
27	28	29	67
30	31	32	131
32	33	34	43
34	35	36	127
38	39	40	41
39	40	41	61
43	44	45	59
48	49	50	113
52	53	54	109
54	55	56	107
58	59	60	103
60	61	62	101
64	65	66	97
72	73	74	89
78	79	80	83

164	165	D
0	1	41
1	2	163
3	4	23
5	6	53
6	7	79
7	8	157
9	10	31
12	13	149
13	14	151
15	16	149
16	17	37
18	19	73
19	20	29
22	23	71
23	24	47
25	26	139
27	28	137
30	31	67
33	34	131
35	36	43
37	38	127
42	43	61
46	47	59
51	52	113
55	56	109
57	58	107
61	62	103
63	64	101
67	68	97
75	76	89
81	82	83

166	167	168	169	170	D
.	0	1	2	3	167
0	1	2	3	4	83
2	3	4	5	6	41
3	4	5	6	7	163
5	6	7	8	9	23
7	8	9	10	11	53
8	9	10	11	12	79
9	10	11	12	13	157
11	12	13	14	15	31
14	15	16	17	18	149
15	16	17	18	19	151
17	18	19	20	21	149
18	19	20	21	22	37
20	21	22	23	24	73
21	22	23	24	25	29
24	25	26	27	28	71
25	26	27	28	29	47
27	28	29	30	31	139
29	30	31	32	33	137
32	33	34	35	36	67
35	36	37	38	39	131
37	38	39	40	41	43
39	40	41	42	43	127
44	45	46	47	48	61
48	49	50	51	52	59
53	54	55	56	57	113
57	58	59	60	61	109
59	60	61	62	63	107
63	64	65	66	67	103
65	66	67	68	69	101
69	70	71	72	73	97
77	78	79	80	81	89

171	D
0	19
4	167
5	83
7	41
8	163
10	23
12	53
13	79
14	157
16	31
20	151
22	149
23	37
25	73
26	29
29	71
30	47
32	139
34	137
37	67
40	131
42	43
44	127
49	61
53	59
58	113
62	109
64	107
68	103
70	101
74	97
82	89

172	173	D
.	0	173
0	1	43
1	2	19
5	6	167
6	7	83
8	9	41
9	10	163
11	12	23
13	14	53
14	15	79
15	16	157
17	18	31
21	22	151
23	24	149
24	25	37
26	27	73
27	28	29
30	31	71
31	32	47
33	34	139
35	36	137
38	39	67
41	42	131
45	46	127
50	51	61
54	55	59
59	60	113
63	64	109
65	66	107
69	70	103
71	72	101
75	76	97
83	84	89

174	175	176	D
0	1	2	29
1	2	3	173
2	3	4	43
3	4	5	19
7	8	9	167
8	9	10	83
10	11	12	41
11	12	13	163
13	14	15	23
15	16	17	53
16	17	18	79
17	18	19	157
19	20	21	31
23	24	25	151
25	26	27	149
26	27	28	37
28	29	30	73
32	33	34	71
33	34	35	47
35	36	37	139
37	38	39	137
40	41	42	67
43	44	45	131
47	48	49	127
52	53	54	61
56	57	58	59
61	62	63	113
65	66	67	109
67	68	69	107
71	72	73	103
73	74	75	101
77	78	79	97
85	86	87	89

177	D
0	59
3	29
4	173
5	43
6	19
10	167
11	83
13	41
14	163
16	23
18	53
19	79
20	157
22	31
26	151
28	149
29	37
31	73
35	71
36	47
33	139
40	137
43	67
46	131
50	127
55	61
64	113
68	109
70	107
74	103
76	101
80	97
83	89

178	179	180	181	182	D
.	.	.	0	1	181
.	0	1	2	3	179
0	1	2	3	4	89
1	2	3	4	5	59
4	5	6	7	8	29
5	6	7	8	9	173
6	7	8	9	10	43
7	8	9	10	11	19
11	12	13	14	15	167
12	13	14	15	16	83
14	15	16	17	18	41
15	16	17	18	19	163
17	18	19	20	21	23
19	20	21	22	23	53
20	21	22	23	24	79
21	22	23	24	25	157
23	24	25	26	27	31
27	28	29	30	31	151
29	30	31	32	33	149
30	31	32	33	34	37
32	33	34	35	36	73
36	37	38	39	40	71
37	38	39	40	41	47
39	40	41	42	43	139
41	42	43	44	45	137
44	45	46	47	48	67
47	48	49	50	51	131
51	52	53	54	55	127
56	57	58	59	60	61
65	66	67	68	69	113
69	70	71	72	73	109
71	72	73	74	75	107
75	76	77	78	79	103
77	78	79	80	81	101
81	82	83	84	85	97

183	D
0	61
2	181
4	179
5	89
6	59
9	29
10	173
11	43
12	19
16	167
17	83
19	41
20	163
22	23
24	53
25	79
26	157
28	31
32	151
34	149
35	37
37	73
41	71
42	47
44	139
46	137
49	67
52	131
56	127
70	113
74	109
76	107
80	103
82	101
86	97

184	D
0	23
1	61
3	181
5	179
6	89
7	59
10	29
11	173
12	43
13	19
17	167
18	83
20	41
21	163
25	53
26	79
27	157
29	31
33	151
35	149
36	37
38	73
42	71
43	47
45	139
47	137
50	67
53	131
57	127
71	113
75	109
77	107
81	103
83	101
87	97

185	D
0	37
1	23
2	61
4	181
6	179
7	89
8	59
11	29
12	173
13	43
14	19
18	167
19	83
21	41
22	163
26	53
27	79
23	157
30	31
34	151
35	149
39	73
43	71
44	47
46	139
48	137
51	67
54	131
53	127
72	113
76	109
73	107
82	103
84	101
88	97

186	187	D
0	1	31
1	2	37
2	3	23
3	4	61
5	6	181
7	8	179
8	9	89
9	10	59
12	13	29
13	14	173
14	15	43
15	16	19
19	20	167
20	21	83
22	23	41
23	24	163
27	28	53
28	29	79
29	30	157
35	36	151
37	38	149
40	41	73
44	45	71
45	46	47
47	48	139
49	50	137
52	53	67
55	56	131
59	60	127
73	74	113
77	78	109
79	80	107
83	84	103
85	86	101
89	90	97

188	189	D
0	1	47
2	3	31
3	4	37
4	5	23
5	6	61
7	8	181
9	10	179
10	11	89
11	12	59
14	15	29
15	16	173
16	17	43
17	18	19
21	22	167
22	23	83
24	25	41
25	26	163
29	30	53
30	31	79
31	32	157
37	38	151
39	40	149
42	43	73
46	47	71
49	50	139
51	52	137
54	55	67
57	58	131
61	62	127
75	76	113
79	80	109
81	82	107
85	86	103
87	88	101
91	92	97

190	191	192	193	D
.	.	0	193	
.	0	1	2	191
0	1	2	3	19
2	3	4	5	47
4	5	6	7	31
5	6	7	8	37
6	7	8	9	23
7	8	9	10	61
9	10	11	12	181
11	12	13	14	179
12	13	14	15	89
13	14	15	16	59
16	17	18	19	29
17	18	19	20	173
18	19	20	21	43
23	24	25	26	167
24	25	26	27	83
26	27	28	29	41
27	28	29	30	163
31	32	33	34	53
32	33	34	35	79
33	34	35	36	157
39	40	41	42	151
41	42	43	44	149
44	45	46	47	73
48	49	50	51	71
51	52	53	54	139
53	54	55	56	137
56	57	58	59	67
59	60	61	62	131
63	64	65	66	127
77	78	79	80	113
81	82	83	84	109
83	84	85	86	107
87	88	89	90	103
89	90	91	92	101
93	94	95	96	97

194	195	D
0	1	97
1	2	193
3	4	191
4	5	19
6	7	47
8	9	31
9	10	37
10	11	23
11	12	61
13	14	181
15	16	179
16	17	89
17	18	59
20	21	29
21	22	173
22	23	43
27	28	167
28	29	83
30	31	41
31	32	163
35	36	53
36	37	79
37	38	157
43	44	151
45	46	149
48	49	73
52	53	71
55	56	139
57	58	137
60	61	67
63	64	131
67	68	127
81	82	113
85	86	109
87	88	107
91	92	103
93	94	101

FIN

ÉTUDE

D'UNE COLLECTION D'OISEAUX DE L'ÉQUATEUR

donnée au Muséum d'Histoire naturelle

par A. MENEGAUX.

M. Gonessiat, ancien directeur de l'observatoire de Quito, à son retour en France, a bien voulu rapporter pour le Muséum une collection d'oiseaux provenant des doubles du Musée de Quito.

Cette collection, comprenant plus de 60 spécimens, répartis en 47 espèces et sous-espèces, est une heureuse acquisition, car divers spécimens très rares et nouveaux pour les collections du Muséum viennent s'ajouter heureusement aux belles collections reçues depuis quelques années de la région des Andes par MM. Rivet, Baer, de Créqui-Montfort.

Etant données les différences qu'on observe entre les oiseaux qui habitent l'est et l'ouest de l'immense barrière formée par les Andes, l'Equateur présente le plus haut intérêt au point de vue de la différenciation des formes, et la géographie des animaux mérite d'y être étudiée avec la plus grande précision. Aussi ai-je indiqué toutes les localités où les spécimens dont je parle ont été signalés. Il m'a paru intéressant d'ajouter un tableau donnant l'altitude des principales localités dont il est fait mention ⁽¹⁾.

Falconidés.

1. MICRASTUR PELZELNI Ridgw.

Mic. pelz. Ridgway, *Ibis* (1876), p. 4. (Sarayacu.)

Un ♂ du Haut Napo.

Les parties supérieures sont d'un noir mat. Le menton et la gorge sont gris pâle, mais le bout des barbes est légèrement teinté de brunâtre, les tempes sont presque aussi foncées que le dos. Les raies des parties inférieures sont si foncées qu'elles paraissent noires.

(1) Voir un résumé de cette étude in *Bull. Mus.* (1908), N° 2, p. 107-112.

Sur le jugulum et le haut de la poitrine, elles sont aussi larges que l'intervalle blanc qui les sépare, tandis qu'à l'abdomen elles sont à peine le quart aussi large que cet intervalle. Elles sont particulièrement fines et rapprochées sur les culottes. Les plumes du milieu du bas ventre sont blanches avec leur base plombée.

Les sous-caudales sont finement striées, excepté celles qui touchent les rectrices dont les stries sont plus larges, plus espacées et moins distinctes.

La mandibule inférieure porte une large tache blanche, mais le bout en est noir.

Dimensions : aile 180^{mm}, queue 160, culmen 16, tarse 62; celles indiquées par Ridgway sont respectivement 162, 5; 157, 5; 13, et 58. Le doigt interne est sensiblement plus court que l'externe.

La queue, visiblement plus courte que les ailes, n'est traversée que par deux bandes claires, ce qui distingue cette espèce de la forme foncée de *M. guerilla* Cass. et de *M. gilvicollis* (Vieill.).

Déjà signalé à Sarayacu sur le Haut Ucayali par Ridgway. Paraît très rare. Nouveau pour les collections du Muséum.

Il faut rapporter à cette espèce la femelle recueillie par Siemiradski et signalée par Berlepsch et Taczanowski (P. Z. S, 1886, p. 310) sous le nom de *M. guerilla* Cass. et qui provient de Surupata, versant occidental des Andes.

Psittacidés.

2. PIONUS CORALLINUS Bp.

P. cor. Bonaparte, *Rev. Mag. Zool.* (1854) p. 148, 152, n. 118. (Ex Amér. mérid.)

Un adulte de l'ouest de l'Équateur.

Équateur occidental et Colombie.

Signalé à Pallatanga par Sclater; par Berlepsch et Taczanowski à Mapoto (janv.) et à Pedregal.

3. PIONOPSITTA AMAZONINA (Des Murs).

Psittacus am. Des Murs, *Rev. Zool.* (1845) p. 207.

Un jeune du Haut Napo.

Ce jeune oiseau diffère du type auquel je l'ai comparé. Ainsi il porte au front un fin liséré rouge, les lores sont rouge cinabre, et se continuent par un fin trait sourcilier qui rejoint les joues en arrière. Les joues sont rouges. Le pileum est brun noir, et les plumes de l'occiput sont bordées de jaunâtre, de plus en plus largement

jusqu'au demi collier. Le jugulum jaune brun se relie au demi collier supérieur, moins jaune et un peu teinté de verdâtre. L'abdomen est vert. Seules les petites couvertures alaires sont rouges et au bord de l'aile il se trouve quelques plumes de cette couleur. Les rémiges bâtardes et les tectrices primaires sont d'un noir légèrement lavé de bleu foncé. Le bord interne des rémiges primaires est vert et non bleu. Les rectrices ont la pointe verdâtre en dessous et à peine bleutée en dessus. Cette forme se relie donc à *P. haematotis* Scl. et Salv.

Colombie. Son aire d'habitat s'étend donc jusqu'à l'Équateur.

4. BROTOGERTYS DEVILLEI (nec Gray) Salvad.

B. dev. Salvadori, *Cat. B. Brit. Mus.*, vol. XX, p. 264 (1891); Gray, *Handlist*, II p. 150. (1870, nom. nud.)

Un adulte du Haut Napo.

Haut bassin du Río Negro et de l'Amazone. — Signalé à Sarayacu.

Capitonidés.

5. CAPITO SQUAMATUS Salv.

C. sq. Salvin, *Ibis* (1876) p. 494. pl. XIV (Santa Rita).

Un adulte du versant occidental des Andes.

Cet animal est très rare dans les collections. C'est une femelle, car le menton, la gorge, le jugulum et la poitrine antérieure sont d'un beau noir plus mat que sur les joues et le demi collier supérieur. Ce sont les barbes *externes* des rémiges tertiaires qui sont blanches et non les *internes* (V. *Cat. B. Brit. Mus.* vol. XIX, p. 112).

Équateur. Signalé par Salvin et par Taczanowski et Berlepsch à Santa Rita (Eq. occ.).

6. CAPITO AURATUS (Dumont).

Bucco aur. Dumont, *Dict. Sc. Nat.*, 1 v., p. 54 (1816) (Pérou).

Bucco punctatus Lesson, *Traité Orn.* p. 165 (1834); *Cat. B. Brit. Mus.*, t. XIX, p. 112 (1891); Dalmás, *Soc. Zool. Fr.* (1900), p. 178.

Une ♀ du Haut Napo.

De la Colombie à la Bolivie.

7. CAPITO AMAZONICUS Dev. et Des M.

C. am. Deville et des Murs, *Rev. Zool.* (1849), p. 171.

Un jeune ♂ du Haut Napo.

Le rouge apparaît déjà nettement sur les barbes terminales des plumes du front et du vertex.

Haut Amazone et Rio Negro.

8. CAPITO RICHARDSONI Gray.

C. rich. Gray, *Gen. B.*, II, p. 430, pl. 106 (1846).

Deux ♂ et deux ♀ du Haut Napo.

Cette espèce est spéciale à l'Equateur.

Récolté au Rio Napo, à Sarayacu et à Intac.

9. CAPITO BOURCIERI BOURCIERI (Lafr.).

Micropogon b. Lafresnaye, *Rev. Zool.* (1845), p. 179 et (1849), p. 116, pl. IV (Bogota).

Un ♂ adulte du Haut Napo.

Ce spécimen, quoique provenant de l'Equateur, appartient bien à la forme *C. bourcieri*, car le rouge de la poitrine, interrompu par place, se prolonge en s'atténuant un peu jusqu'au milieu de l'abdomen. Il est pourtant moins intense que sur le type de l'espèce provenant de Bogota et conservé aux Galeries de Zoologie. Donc il ne s'arrête pas brusquement suivant une ligne transversale comme sur la forme occidentale *C. æquatorialis* Salvad. et Festa et *C. schelleyi* Dalmas, qui doivent être regardés par suite comme une seule et même forme de *C. bourcieri*. Il est probable que ces diverses formes vivent côte à côte dans certaines régions de l'Equateur.

Dans la collection montée j'ai trouvé un spécimen appartenant à la forme typique et qui a été rapporté « de la province de Napo » et donné au Muséum en 1864 par Richard de Prulay.

Dimensions de ces deux spécimens : aile 76, 77 ; queue 55, 56 ; culmen 17, 16 ; tarse 19, 20.

La forme de la Colombie se retrouve donc dans la région orientale des Andes. Le Dr Rivet a rapporté de Guala un mâle de *C. b. æquatorialis* Salvad. et Festa et une femelle qui ne se distingue pas d'ailleurs de celles de ses congénères.

Colombie et la partie orientale de l'Equateur : Rio Napo. Sarayacu. Signalé à Pallatanga, Nanegal, Esmeraldas par Sclater ; à Chimbo, à Machay par Berlepsch et Taczanowski.

Picidés.

10. MELANERPES PUCHERANI (Malb.).

Zebrapicus p. Malherbè, *Rev. Zool.* (1849), p. 542, (Tabago.) (M. S. Ste-Marthe, Nouvelle-Grenade.)

Un ♂ du Quito.

De Guayaquil vers le nord à travers la région la plus occidentale de la Colombie jusqu'au Mexique.

Signalé à Yaguachi par Taczanowski et Berlepsch.

11. MELANERPES CRUENTATUS (Bodd.).

Picus cru. Boddaert, *Tabl. Pl. enl.*, p. 43, 694, 2 (1783).

Un ♂ du Haut Napo.

Nord de l'Amérique méridionale jusqu'au Pérou central, à la Bolivie, à la province de Matto grasso et à Pernambuco.

Galbulidés.

12. GALBULA MELANOGENIA Schl.

G. mel. Sclater, *Contr. Orn.* (1852), p. 61, pl. 90.

Une ♀ de l'ouest de l'Equateur.

Depuis l'Equateur jusqu'au Mexique.

Signalé à Chimbo par Berlepsch et Taczanowski, par le Cat. B. Brit. Mus. dans l'ouest de l'Equateur, à Balzar; à Cachavi par Hartert; dans la forêt du Rio Peripa (nov.) par Salvadori et Festa.

Rhamphastidés.

13. PTEROGLOSSUS ERYTHROPYGIUS Gould.

Pt. er. Gould, *P. Z. S.* (1843), p. 15.

Un adulte du versant occidental des Andes.

Equateur occidental. Signalé à Pallatanga, Santa Rita, Intac, Babahoyo par Sclater; à Chimbo par Berlepsch et Taczanowski; dans la forêt del Rio Peripa (oct. et nov.) et à Intac (juin) par Salvadori et Festa.

14. AULACORHAMPHUS HAEMATOPYGIUS (Gould).

Pteroglossus haem. Gould, *P. Z. S.* (1834), p. 147 (Amér. mérid.)

Un spécimen de la petite forme provenant de l'ouest de l'Equateur. Colombie et Equateur.

Déjà signalé à Pallatanga, Quito, Jima par Sclater; à Pedregal, Cayandedel par Berlepsch et Taczanowski; à Paramba par Hartert; à Intac (juin), Gualea (juillet) et dans la forêt del Rio Peripa (nov.) par Salvadori et Festa.

15. RHAMPHASTOS TOCARD Vieill.

Rh. t. Vieillot, *Nouv. Dict.*, XXXIV, p. 281.

Un adulte et un jeune dont le bec plus court (2 cm. au moins) est

encore tout entier noir, sauf à l'extrémité du culmen; mais il est plus foncé au dessous de la ligne oblique déjà marquée sur la mandibule supérieure.

De l'Equateur occidental jusqu'au Costa Rica et au Nicaragua.

Signalé à Pallatanga, Nanegal, Equateur occidental et oriental par Sclater; à Mapoto, Chimbo par Berlepsch et Taczanowski; à Paramba par Hartert; vallée de Mendez (Eq. or.) en avril, San José (mai), Intac (juin), forêt del Rio Peripa (oct., nov.) par Salvadori et Festa.

16. RAMPHASTOS CUVIERI Wagl.

Rh. c. Wagler, *Syst. av.*, sp. 5.

2 spécimens du Haut Napo.

Colombie, haut Amazone, Equateur.

Signalé à Sarayacu, Rio Napo, Gualaquiza, San José par Sclater, a Gualaquiza (nov.) et vallée del Rio Santiago (Eq. or.), en février et mars, par Salvadori et Festa.

Trogonidés.

17. PHAROMACRUS ANTISIENSIS (d'Orb.).

Trogon ant. d'Orbigny, *Voy. Amer.*, p. 381, pl. 66, fig. 1 (1835 à 1844).

Un jeune ♂ du Quito.

Hautes forêts du Vénézuéla à la Bolivie.

Signalé à San José et Sarayacu par Sharpe; à Cayandeled (fév.) (Versant occ.) par Berlepsch et Taczanowski; Urabi, San José de Minas, Milligalli par Hartert.

Cuculidés.

18. PIAYA CAYANA NIGRICRISSA Scl.

[*P. cay.* Linné, *Syst. Nat.*]

P. nigricrissa Sclater, *P. Z. S.* (1860), p. 285.

Deux spécimens de l'ouest de l'Equateur.

Les plumes anales et les sous-caudales sont d'un noir mat qui contraste avec la couleur grise de l'abdomen. Sous-espèce nouvelle pour les collections.

Panama, Colombie, Equateur et Pérou.

Signalé à Sarayacu par Sclater et Salvin; à Babahoyo, Esmeraldas par Sclater, Shelley, Cat. B. Brit. Mus. Salvadori et Festa identifient cette sous-espèce avec *P. c. cayana* (L.).

19. *TAPERA NAEVIA* (L.).

Cuculus naevius, Linné, *Syst. nat.*, I (1766), p. 170.

Diplopterus n. auct.

Un adulte du Haut Napo.

Amérique centrale et méridionale; Equateur, Shelley, Cat. B. Brit. Mus.

Signalé à Babahoyo, à Chimbo, à Yaguaci par Berlepsch et Taczanowski; à Babahoyo (août), Vines (sept.) par Salvadori et Festa.

20. *CROTOPHAGA ANI* L.

Crot. ani, Linné, *Syst. N.*, X^e (1758), p. 105.

Un spécimen du Haut Napo.

Les barbes externes des rémiges primaires ont un reflet verdâtre assez accentué.

Sud des Etats-Unis, Amér. centrale, Antilles, nord de l'Amér. mérid.

Signalé à Babahoyo, à Santa-Rita par Shelley, Cat. B. Brit. Mus.; à Yaguachi par Berlepsch et Taczanowski; à San Pedro par Hartert; à La Concepcion (valle del Chota, avril), Vines (sept.) par Salvadori et Festa.

Momotidés.21. *PRIONIRHYNCHUS PLATYRHYNCHUS* (Leadb.).

Momotus plat. Leadberg, *Trans. L. Soc.* (1833), XVI, p. 92.

Un spécimen de Quito.

Amazonie supérieure et Equateur, jusqu'au Costa-Rica.

Signalé à Sarayacu et à Yauayacu par Sharpe in Cat. B. Brit. Mus.; à Paramba par Hartert.

Cotingidés.22. *RUPICOLA PERUVIANA PERUVIANA* (Lath.).

Pipra per. Latham, *Ind Ornith.* II, p. 655.

Un ♂ en brillant plumage, du Haut Napo. Le nom indigène est Gallo de Peña.

De la Colombie à la Bolivie, Amazonie.

Signalé au Rio Napo par Sclater; à Mapoto, Machay (nov. à janv.) par Berlepsch et Taczanowski; à S. Lucas, Chiquinda par Sclater, Cat. Birds Brit. Mus.; à Cuchipamba (Equat. or., nov.), basse vallée del Rio Zamora (janv.), vallée del Rio Santiago (fév.), à San José (mai) par Salvadori et Festa; à Baezà par Goodfellow.

23. *RUPICOLA SANGUINOLENTA* Gould.

R. sang. Gould. *P. Z. S.* (1839), p. 100 (Equateur).

Une femelle du versant occidental des Andes.

La couleur d'un rouge foncé est à reflets carminés et violacés brillants suivant l'incidence. Les rémiges et les rectrices sont d'un brun plus foncé que chez la femelle de *R. p. peruviana* (Lath.). Cette femelle diffère donc du mâle dans le même rapport que la femelle de *R. p. peruviana* diffère du mâle de l'espèce.

Cette forme appartenant au versant occidental des Andes y représente la forme orientale *R. peruviana*. Sa distribution y paraît tout à fait locale et jusqu'à maintenant discontinue; nom indigène : femelle de Gallo de Peña.

Colombie et Equateur occidental.

Signalé dans l'Equateur par Gould ; à Nanegal par Sclater, Berlepsch et Taczanowski ; dans l'Equat. occid. par Cat. Birds Brit. Mus. ; à Milligalli par Hartert ; dans l'Equateur occid. à Intac (juin), Guallea (juillet) par Salvadori et Festa ; à Guallea et Milligalli par Goodfellow.

Alcédinidés.

24. *CERYLE AMERICANA AMERICANA* (Gm.).

Alcedo am. Gmelin, *Syst. Nat.* (1788), p. 431.

Un ♂ du Haut Napo

Le blanc de la gorge descend très bas et la couleur passe brusquement au marron foncé du jugulum.

Nord de l'Amérique méridionale.

Signalé à Babahoyo, Esmeraldas par Sclater ; Equateur par Sharpe, Cat. Birds B. Mus. ; à Guayaquil, Yaguachi par Berlepsch et Taczanowski ; à Cachavi par Hartert ; à Vines (sept.), forêt del Rio Peripa (oct.) par Salvadori et Festa.

Ictéridés.

25. *XANTHORNIS CHRYSOCEPHALUS* (L.).

Oriolus ch. Linné, *Syst. Nat.* I, p. 164.

Icterus ch. auct.

Un ♂ et une ♀ du Haut Napo.

Guyanes, Vénézuéla, Amazonie, Colombie et Equateur.

Signalé à Sarayacu par Sclater.

26. CACICUS CELA (L.).

Parus cela, Linné, *Syst. Nat.* X^e (1758), p. 191.

Oriolus persicus, Linné, *Syst. Nat.* XII^e (1766), p. 161.

Une ♀ du Haut Napo.

De la Colombie au sud du Brésil et à la Bolivie.

Signalé à Sarayacu par Sclater.

27. CASSIDIX ORYZIVORUS (Gm.).

Oriolus or. Gmelin, *Syst. nat.* I (1758), p. 386. (Cayenne ex Latham.)

Une ♀ du Haut Napo.

Du Mexique au Pérou et au Paraguay.

Signalé à Pallatanga par Sclater, Taczanowski et Berlepsch ; Equateur par Sclater, Cat. Birds. B. Mus. ; Paramba, Chimbo par Hartert ; forêt del Rio Peripa (nov.), Sponde del Rio Daule (déc.) par Salvadori et Festa ; à San Domingo et à San Nicolas (Eq. occ.) par Goodfellow.

Coérébides.

28. DACNIS ANGELICA (de Fil.).

Dacnis ang. de Filippi, *Atti sesta Riun. Sc. It.*, p. 404 (1845).

Un ♂ adulte du Haut Napo.

La couleur du piléum se prolonge en arrière moins loin que chez les autres spécimens de l'Equateur que j'ai examinés, et la couleur blanche de l'abdomen n'apparaît qu'indistinctement et par taches, car toutes les plumes ont leurs barbes terminales bleues.

Guyanès et Colombie jusqu'au Pérou et à la Bolivie orientale.

Signalé à Gualaquiza par Sclater ; Equateur, Cat. Birds Brit. Mus., Vol. XI ; vallée del Zamora (déc.) par Salvadori et Festa.

29. CHLOROPHANES SPIZA COERULESCENS Cassin.

Ch. coerulescens, Cassin, *Pr. Ac. Sc. Phil.* (1864), p. 267, 268 (Bolivie).

Deux ♂ adultes du Haut Napo.

Les nombreux échantillons que j'ai examinés me permettent d'affirmer que cette forme des Andes se différencie par ses reflets bleu foncé assez nettement des formes voisines : *C. s. guatemalensis* (Scl.) et *C. s. spiza* (L.) de la Guyane et de Trinidad. Chez le jeune mâle, le noir apparaît sur le milieu de la tête, puis sur les joues et le pourtour des yeux. Le bleu se dessine ensuite sur les rémiges et par endroits sur le manteau.

De la Colombie à la Bolivie.

Signalé en Bolivie par Cassin ; Rio Napo, Gualaquiza, Pallatanga, Sarayacu par Sclater ; vallée del Zamora (juin et décembre) par Salvadori et Festa.

Tanagridés.

30. EUPHONIA XANTHOGASTRA Sund.

E. x. Sundewall, *Vet. Ak. Handl.* (1833), p. 310, pl. 10, fig. 4.

Deux ♂ ad. du Haut Napo. Bec fort.

Tout le Nord de l'Amérique méridionale.

Signalé au Rio Napo, à Gualaquiza, Pallatanga, Nanegal, Babahoya par Sclater ; à Chimbo, Cayandedel, Pedregal, Machay par Berlepsch et Taczanowski ; à Cachavi, Chimbo par Hartert ; Vallée del Zamora (décembre), Gualea (mai), Intac (juin), par Salvadori et Festa ; à San Domingo et Gualea par Goodfellow.

31. TANAGRELLA CALOPHRYS (Cab.).

Hypothypis callophrys, Cabanis in *Schomb. Guian.* III, p. 668 (note).

Un ♂ juv. du Haut Napo.

Haut Amazone.

Signalé à Sarayacu par Sclater, Cat. B. Brit. Mus. et à l'embouchure du Rio Coca, sur le Haut Napo par Goodfellow.

32. CHLOROCHRYSA BOURCIERI (Bp.).

Calliste b. Bonaparte, *Comptes Rendus Ac. Sciences.* Janvier 1851, p. 76 (Banos) et *Rev. zool.* (mars 1851), p. 129.

Un ♂ juv. et une ♀ du Haut Napo.

Chez le jeune mâle la tache jaune du vertex et de l'occiput existe déjà, mais la tache auriculaire orangée commence à peine à se dessiner de même que la couleur orangée du croupion.

Colombie et Equateur oriental.

Signalé à Machay et Mapoto (décembre et janvier) par Berlepsch et Taczanowski ; à Baeza, Equateur oriental, par Goodfellow (1700 m.).

33. CALOSPIZA CHILENSIS (Vig.).

Aglaiia ch. Vigors, *P. Z. S.* (1832), p. 3.

Calliste yeni auct.

Un ♂ du Haut Napo.

Equateur, Pérou, Bolivie.

Signalé à Gualaquiza et à Machay par Sclater ; est Equateur par Cat. Birds B. Mus. ; Machay par Berlepsch et Taczanowski ; à Gualaquiza

(nov., avril), Vallée del Zamora (déc.) par Salvadori et Festa ; Rios Coca, Napo et Iquitos par Goodfellow.

34. CALOSPIZA SCHRANKI (Spix).

Tanagra sch. Spix, *Aves Bus.* II, p. 38.

Deux ♂ ad. et une ♀ du Haut Napo.

Est des Andes : Equateur, Pérou, Bolivie.

Signalé ; Rio Napo, Gualaquiza, Zamora par Selater ; Equateur oriental par Cat. Birds B. Mus. ; Vallée del Zamora (déc.) par Salvadori et Festa.

35. CALOSPIZA XANTHOGASTRA (Scl.).

Calliste x. Selater, *Contr. Orn.* (1851), p. 22, 55.

Deux ♂ et une ♀ adultes du Haut Napo.

Est des Andes jusqu'à la Guyane anglaise.

Signalé : Equateur or. par Selater, Cat. Birds B. Mus. ; Vallée del Zamora (déc.), V. del Santiago (mars), Gualaquiza (nov., juillet) par Salvadori et Festa.

36. CALOSPIZA PUNCTULATA (Scl. et Salv.).

Calliste p. Selater and Salvin, *P. Z. S.* (1876), p. 353 (Tilotilo).

Un ♂ ad. du Haut Napo.

Cette forme très rare, nouvelle pour les collections, diffère très peu de *C. punctata* (L.) de la Guyane. Pourtant on remarque que les taches noires du ventre et de l'occiput sont plus grandes, de même que celles des joues. La gorge et la poitrine sont teintées d'un bleuté verdâtre plus foncé.

Longueur totale 85 mm., aile 60, queue 45, culmen 9,5.

Bolivie et Equateur.

Signalé à San José par Selater, Cat. Birds. Brit. Mus.

37. CALOSPIZA AURULENTA (Laf.).

Tanagra (Aglaia) aur. Lafresnaye, *Rev. zool.* (1843), p. 290 (Colombie).

Deux adultes du versant occidental des Andes.

Par leur tache noire auriculaire allongée, par la couleur plus claire du croupion et par une teinte chataine à la gorge, ils se rapprochent de la forme du Napo *C. pulchra* (Tsch.).

Colombie et Equateur.

Signalé à Pallatanga, Nanegal par Selater ; Cayandedel par Berlepsch et Taczanowski ; à Intac (juin), Gualea (mai) par Salvadori et

Festa; à San Domingo et à Intaj (Equateur occ.) de 200 à 500 m., par Goodfellow.

38. *CALOSPIZA GYROLOIDES* (Lafr.).

Aglaia g. Lafresnaye, *Rev. zool.* (1847), p. 277.

Un ♂ ad. et deux ♀ juv.

Chez le mâle adulte les tectrices sous alaires ont les barbes terminales verdâtres. Ce caractère est encore plus accentué chez divers spécimens de la région que j'ai examinés.

Du Costa-Rica au Pérou oriental.

Signalé sur le Rio Napo, Zamora, à Pallatanga, Nanegal, Esmeraldas par Sclater; à Chimbo, Mapoto par Berlepsch et Taczanowski; Equateur par Cat. Birds Brit. Mus.; à Chimbo par Hartert; à San José (Eq. or.) (mai), vallée del Zamora (juin), Guala (mai) par Salvadori et Festa.

39. *CALOSPIZA LUNIGERA* (Scl.).

Calliste l. Sclater, *Contr. Orn.* (1851), p. 65, pl. 70.

1 adulte de l'Ouest de l'Equateur.

Equateur occidental. — Signalé à Nanegal par Sclater; à Cayandedel par Berlepsch et Taczanowski; Equateur par Cat. Birds. B. Mus.; à Guala (mai, juillet), Nanegal (juin), Intac (juin) par Salvadori et Festa; à Canzacota, Guala, ouest du Pichincha par Goodfellow.

40. *CALOSPIZA CYANICOLLIS CAERULEOCEPHALA* (Sw.).

[*Aglaia cya.* Lafresnaye et d'Orbigny, *Syn. Av.*, I, p. 33].

Aglaia caerul. Swainson, *An. in Menag.*, p. 356.

Deux ♂ ad. du Haut Napo.

Cette forme du Pérou et de l'Equateur oriental est bien caractérisée par sa gorge plus violacée que chez *C. c. granadensis* (Berl.) et par les teintes plus ou moins violacées que prend le bleu de la tête en faisant varier l'incidence.

Versant oriental des Andes de l'Equateur et nord du Pérou.

Signalé à Machay, Mapoto par Berlepsch et Taczanowski; vallée del Zamora (déc.) par Salvadori et Festa.

41. *TACHYPHONUS CRISTATUS CRISTATUS* (L.).

Tanagra cr. Linné, *Syst. nat.* I, p. 317.

Un ♂ du Haut Napo.

Les sous alaires sont d'un blanc pur et les rémiges ne sont bordées de blanchâtre que près de leur base.

Guyane, Amazonie, Colombie, Equateur, Pérou.

Signalé à Sarayacu par Sclater ; vallée del Zamora (déc.) par Salvadori et Festa.

42. TACHYPHONUS LUCTUOSUS Lafr. et d'Orb.

Tach. luct. Lafresnaye et d'Orbigny, *Syn. Av.*, I, 29.

Un ♂ du versant occidental des Andes.

Du Costa-Rica à la frontière de la Bolivie.

Signalé à Babahoyo, Esmeraldas par Sclater ; à Chimbo par Berlepsch et Taczanowski ; à Chimbo par Hartert ; forêt del Rio Peripa (nov.) par Salvadori et Festa ; à S. Nicolas (Eq. occ.) et Rios Coca, Napo (Eq. or.) par Goodfellow.

Tyrannidés.

43. CISSOPIS LEVERIANA (Gm.)

Lanius leverianus Gmelin, *S. Nat.* I, p. 302, (1788).

Un ♂ du Haut Napo.

Guyanes, Vénézuéla jusqu'à la Bolivie.

Signalé à Gualaquiza, dans l'Equateur par Sclater, *Cat. Birds B. Mus.* ; à Gualaquiza (janv., avril) par Salvadori et Festa ; embouchure du Rio Coca dans le Haut Napo par Goodfellow.

44. PYROCEPHALUS RUBINUS (Bodd.).

Muscicapà rub. Boddaert, *Tabl. Pl. enl.*, p. 42.

Un ♂ du Haut Napo.

Colombie à Buenos-Ayres.

Signalé à Quiyos par Sclater ; à Guyaquil, Chimbo par Berlepsch et Taczanowski ; à Ibarra par Hartert ; à Ibarra (mars), la Concepcion (avril), Tombaco (Quito, juillet), Savano del Guayaquil (août), Vinces (sept.), Balzar (déc.) par Salvadori et Festa ; à Ibarra et vallée du Chillo par Goodfellow.

Pipridés.

45. MASIUS CORONULATUS Sclat.

M. cor. Sclater, *P. Z. S.* (1860), p. 91 (Equateur).

Un ♂ du versant occidental.

Colombie, Equateur.

Signalé à Nanegal par Sclater; à Gualea (mai), Intac (Equat. occ., juin) par Salvadori et Festa; à Canzacota, Gualea, Intac par Goodfellow.

46. PIPRA ERYTHROCEPHALA L.

Parus er. Linné, *Syst. Nat.*, X^e (1758), p. 191.

Pipra auricapilla anct.

Un ♂ du Haut Napo.

Ce spécimen a la tête d'un jaune d'or plus pâle et tirant beaucoup plus sur le rougeâtre que les spécimens du Panama et de Cayenne. Ceux de Colombie paraissent faire le passage entre ces deux formes. En outre sur les types de Cayenne le jaune se termine sur le demi-collier par une bordure rouge qui faisait défaut sur les spécimens des Andes examinés.

Nord de l'Amérique méridionale.

Signalé à Gualaquiza, au Rio Napo par Sclater; Coca, Haut Napo par Goodfellow; Vallée del Zamora (déc.), Gualaquiza (oct.) par Salvadori et Festa.

Hylactidés (Ptéroptochidés).

47. ACROPTERNIS ORTHONYX INFUSCATUS Salvad. et Festa.

[*A. orth.* Lafresnaye, *Rev. Zool.* (1843) p. 131.]

A. infuscatus Salvadori et Festa, *Bull. Mus. Torino*, vol. XV n° 362, p. 34, publié le 17 nov. 1899.

Un spécimen du Haut Napo.

Cette forme est très voisine de *A. orthonix* Lafr. de la Colombie. Elle n'en diffère que par une couleur plus foncée et par des taches blanches arrondies plus nettes. Ces caractères paraissent constants sur les spécimens provenant de l'Equateur.

Sous-Espèce spéciale à l'Equateur.

Forme signalée dans l'Equateur par Sclater (Cat. Am. B.); part. Equateur, Cat. Birds B. Mus.; à Frutillas (juillet), Llosa (juillet) par Salvadori et Festa.

**Altitude des principales localités citées (d'après le Dr Rivet
et Taczanowski).**

Yaguachi.	5 ^m	Babahoyo.	5 ^m
Chimbo (Puente de) . .	345	Mapoto (près Baños) . .	1.237
Copalillo	330	Machai.	1.521
Pedregal	850	Baños	1.800
Surupata	1.230	Riobamba	2.798
Cayanded.	1.377	Quito	2.850
Chahuarpata	1.833	Balzar	100
Tribulpata	2.194	Intac.	1.200
Cerro de Margareta . .	3.131	Gualea	1.200
Allpachaco	3.136	Nanegal	1.200
Bugnac (près Alausi). .	1.987	Lloa	2.070
Hoyaxi.	2.829	Ibarra	2.225
Shical	3.037	Cotopaxi	5.943
Tixay	2.925	Tumbaco.	2.390

Liste des principaux ouvrages et mémoires consultés.

SCLATER, P. L. — List of a Collection of Birds received by Mr. Gould from the province of Quijos in the Republic of Ecuador.

Proc. Zool. Soc. (1854), p. 109-115, 2 pl.

— Notes on a Collection of Birds received by M. Verreaux, of Paris, from the Rio Napo in the Republic of Ecuador.

P. Z. S. (1858), p. 59-77, 1 pl.

— List of Birds collected by Mr. Louis Fraser in Cuenca, Gualaquiza and Zamora in the Republic of Ecuador.

P. Z. S. (1858), p. 449-461, 1 pl.

— On the Birds collected by Mr. Louis Fraser in the vicinity of Riobamba, in the Republic of Ecuador.

P. Z. S., p. 549-556, 1 pl.

— List of the first collection of Birds made by Mr. Louis Fraser at Pallatanga, Ecuador, with notes and description of New Species.

P. Z. S. (1859), p. 133-147, 1 pl.

— On some new or little known Birds from the Rio Napo.

P. Z. S. (1859), p. 440 et 441.

- SCLATER, P. L. — List of additional Species of Birds collected by Mr. Louis Fraser at Pallatanga, Ecuador ; with Notes and Description of new Species.
P. Z. S. (1860), p. 63-73.
- List of Birds collected by Mr. Fraser in the vicinity of Quito, and during excursions to Pichincha and Chimborazo ; with Notes and Descriptions of new Species.
P. Z. S. (1860), p. 73-83, 1 pl.
- List of Birds collected by Mr. Fraser in Ecuador, at Nanegal, Calacali, Perucho, and Puellaro ; with Notes and Description of New Species.
P. Z. S. (1860), p. 83-97, 1 pl.
- List of Birds collected by Mr. Fraser at Babahoyo in Ecuador, with Notes and Descriptions of New Species.
P. Z. S. (1860), p. 272-290, 1 pl.
- List of Birds collected by M. Fraser at Esmeraldas, Ecuador, with Descriptions of New Species.
P. Z. S. (1860), p. 291-298.
- SCLATER. — *Catal. of collection Amer. Birds* (1862).
- SCLATER and SALVIN. — *Exotic Ornithology* (1869).
- *Nomencl. Aves Netrop. part.* (1873).
- SEEBOHM. — *Catal. Birds* (1881).
- BERLEPSCH, Comte H. v., et TACZANOWSKI, L. — Liste des oiseaux recueillis par Stolzmann et Siemiradzki dans l'Equateur occidental.
P. Z. S. (1883), p. 536-577, 1 pl.
- Deuxième liste des Oiseaux recueillis dans l'Equateur occidental par Stolzmann et Siemiradzki.
P. Z. S. (1884), p. 281-313, 1 pl.
- TACZANOWSKI, L., et Comte HANS VON BERLEPSCH. — Troisième liste des Oiseaux recueillis par Stolzmann dans l'Equateur.
P. Z. S. (1885), p. 67-114, 2 pl. avec appendices.
- BERLEPSCH, Hans von. — Appendice II (du précédent) : Considérations générales sur la faune ornithologique de l'Equateur occidental.
P. Z. S. (1885), p. 114-124.
- HARTERT Ernst. — On a collection of Birds from North Western Ecuador collected bei Mr. W.-F.-H. Rosenberg.
Nov. Zool. (1898), p. 477.

- SALVADORI T. et E. FESTA. — Viaggio del Dr Enrico Festa nell Ecuador. — *Ucelli Boll. Musei d. Zool. ed Anat. Comp.*
Torino vol. XV N° 337 publié le 10 août 1899 (p. 1 à 31);
— N° 362 — 17 nov. 1899 (p. 1 à 34);
— N° 368 — 19 fév. 1900 (p. 1 à 54).
- GOODFELLOW, W. — Results of an Ornithological Journey through Colombie and Ecuador.
Ibis (1900), p. 300-349; p. 458-481; p. 699-716.
- HELLMAYR, C.-E. — A Revision of the Species of the Genus *Pipra*,
Ibis (Janv. 1906), p. 1 à 32, 1 pl.
- Catalogue Birds of Brit. Mus. : vol. I, XI, XIV, XV, XVII, XVIII, XIX, XX.
-

TABLE DES MATIÈRES DU FASCICULE II

	Pages.
Liste des membres de la Société	53
Extraits des comptes rendus des séances	58
Banquet annuel	59
G. Tarry. — Rapport sur les comptes de 1907	64
E. Lebon. — Sur une table d'éléments donnant les facteurs premiers des nombres jusqu'à cent millions	66
A. Menégaux. — Etude d'une collection d'Oiseaux de l'Équateur	83

LE PRIX DES TIRÉS A PART EST FIXÉ AINSI QU'IL SUIT :

	25 ex.	50 ex.	75 ex.	100 ex.	150 ex.	200 ex.	250 ex.
	—	—	—	—	—	—	—
Une feuille	4.50	5.85	7.20	8.10	10.60	12.85	14.85
Trois quarts de feuille.	4 »	5 »	6.10	7 »	9 »	10.60	12.15
Une demi-feuille. . .	3.15	4 »	5 »	5.60	7.20	8.10	9 »
Un quart de feuille. .	2.70	3.60	4.25	4.75	5.60	6.30	5.85
Un huitième de feuille.	2 »	2.70	3.15	3.60	4.05	4.50	8 »
Plusieurs feuilles . .	4 »	5.40	6.30	7.20	9 »	11.70	14 »

PUBLICATIONS DE LA SOCIÉTÉ PHILOMATHIQUE

1 ^{re} série : 1789-1805	3 volumes in-4°
2 ^e série : 1807-1813	3 volumes in-4°
3 ^e série : 1814-1826	13 fascicules in-4°
4 ^e série : 1832-1833	2 volumes in-4°
5 ^e série : 1836-1863	28 fascicules in-4°
6 ^e série : 1864-1876	13 fascicules in-8°
7 ^e série : 1877-1888	11 volumes in-8°

Chaque année pour les Membres de la Société. 5 francs
— pour le public 12 francs

Mémoires originaux publiés par la Société Philomathique

A L'OCCASION DU

CENTENAIRE DE SA FONDATION 1788-1888

Le recueil des mémoires originaux publié par la Société philomathique à l'occasion du centenaire de sa fondation (1788-1888) forme un volume in-4° de 437 pages, accompagné de nombreuses figures dans le texte et de 24 planches. Les travaux qu'il contient sont dus, *pour les sciences physiques et mathématiques*, à : MM. Désiré André ; E. Becquerel, de l'Institut ; Bertrand, secrétaire perpétuel de l'Institut ; Bouty ; Bourgeois ; Descloizeaux, de l'Institut ; Fouret ; Gernez ; Hardy ; Haton de la Goupillière, de l'Institut ; Laisant ; Laussedat, de l'Institut ; Léauté, de l'Institut ; Mannheim ; Moutier ; Peligot, de l'Institut ; Pellat. *Pour les sciences naturelles*, à : MM. Alix ; Bureau ; Bouvier, de l'Institut ; Chatin, de l'Institut ; Drake del Castillo ; Duchartre, de l'Institut ; H. Filhol ; Franchet ; Grandidier, de l'Institut ; Henneguy ; Milne Edwards, de l'Institut ; Mocquard ; Poirier ; A. de Quatrefages, de l'Institut ; G. Roze ; L. Vaillant.

En vente au prix de 35 francs.

AU SIÈGE DE LA SOCIÉTÉ, A LA SORBONNE

BULLETIN
DE LA
SOCIÉTÉ PHILOMATHIQUE
DE PARIS
FONDÉE EN 1788

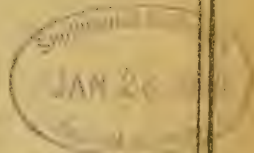
NEUVIÈME SÉRIE — TOME X

N° 3-4

1908

PARIS
AU SIÈGE DE LA SOCIÉTÉ PHILOMATHIQUE DE PARIS
A LA SORBONNE

1908



Le Secrétaire-Gérant,
H. COUTIÈRE

Le Bulletin paraît par livraisons bimestrielles.

COMPOSITION DU BUREAU POUR 1908

Président : M. LÉCAILLON, 28, rue Berthollet.

Vice-président : M. R. PERRIN, 80, rue de Grenelle.

Trésorier : M. RABAUD, 3, rue Vauquelin.

Secrétaire des séances : M. WINTER, 44, rue Saint-Placide.

Vice-secrétaire des séances : M. LEBON, 4 bis, rue des Ecoles.

Secrétaire du bulletin : M. COUTIÈRE, 12, rue Notre-Dame-des-Champs.

Vice-secrétaire du bulletin : M. NEUVILLE, 55, rue de Buffon.

Archiviste : M. HENNEGUY, 9, rue Thénard.

La Société Philomatique de Paris se réunit les 2^e et 4^e Samedis de chaque mois, à 8 h. 1/2, à la Sorbonne (salle de travail des Etudiants).

Les membres de la Société ont le droit d'emprunter des livres à la Bibliothèque de l'Université. Ils ont également droit, sur leur demande, à 50 tirages à part gratuits des Mémoires qu'ils publient dans le Bulletin.

Pour le paiement des cotisations et l'achat des publications, s'adresser à M. VÉZINAUD, à la Sorbonne, place de la Sorbonne, Paris, V^e.

Extraits des Comptes-rendus des séances

Séance du 9 mai 1908.

PRÉSIDENCE DE M. LÉCAILLON

Il est procédé à l'élection de M. Jean Jarricot, comme correspondant dans la troisième section. M. Jarricot est élu à l'unanimité.

M. André présente le rapport sur la candidature de M. Rousier, comme membre de la première section. Il est procédé aussitôt au vote. M. Rousier est élu à l'unanimité.

Le rapport sur la candidature de M. Rivet est renvoyé à la prochaine séance.

M. Victor Henry fait une conférence sur le mouvement brownien. Il expose l'origine, l'évolution, l'état actuel de cette question.

M. Mahler présente une étude d'échantillons de houille de Meurthe-et-Moselle.

Séance du 23 mai 1908.

PRÉSIDENCE DE M. LAISANT.

M. Laisant dépose, au nom de M. Gabriel Arnoux, une brochure sur les espaces arithmétiques et leurs transformations.

M. Anthony lit son rapport sur la candidature de M. Rivet.

M. Gravier fait une causerie sur les récifs de coraux, dans laquelle il expose l'état actuel de nos connaissances sur cette question et les problèmes qu'elle soulève.

Séance du 13 juin 1908.

PRÉSIDENCE DE M. LÉCAILLON

Il est procédé à l'élection de M. Rivet, comme correspondant de la troisième section. M. Rivet est élu à l'unanimité.

M. Monpillard expose l'histoire et l'état actuel de la photographie des couleurs, avec de nombreux et très beaux exemples personnels à l'appui.

Séance du 27 juin 1908.

PRÉSIDENCE DE M. ANDRÉ

M. Rabaud fait une communication sur l'influence de l'air et des actions mécaniques sur le développement de l'embryon. Il

fait notamment ressortir l'autonomie, dans ce développement, des diverses parties de l'embryon.

M. Tur, correspondant de Varsovie, présent à la séance, présente quelques observations personnelles, corroborant les conclusions de M. Rabaud.

M. J. Pellegrin dépose le mémoire qu'il a publié sur l'incubation buccale chez deux *Arius* de la Guyane.

M. Coutière fait une communication sur un nouvel Entoniscien parasite d'une Synalphée. C'est le premier exemple connu de ces Epicarides infestant un Décapode macroure.

Séance du 14 juillet 1908.

PRÉSIDENCE DE M. ANDRÉ

M. Chapelon fait une communication sur un nouveau procédé pour résoudre le problème de Dirichlet, quand on sait résoudre celui de la distribution de l'électricité sur un conducteur isolé.

M. Rabaud fait connaître une particularité observée par lui chez un *Triton helveticus* et consistant en une queue surnuméraire avec commencement d'atrophie de l'appendice primitif.

Notice sur Aimé LAUSSEDAT

Par G. PERRIN

Le 18 mars 1907 est mort, à l'âge de 88 ans, Aimé Laussedat, qui faisait partie de la Société Philomathique de Paris, depuis le 24 novembre 1860. Pendant le cours de sa longue existence, notre regretté confrère, aussi modeste que laborieux, a rendu à la science et à la patrie, des services éminents qui sont certainement moins connus, en France surtout, qu'ils ne mériteraient de l'être. Il appartient d'autant plus à notre Société de les rappeler et de les mettre en lumière, que Laussedat l'a tenue constamment au courant, par de nombreuses communications, dont plusieurs ont laissé leur trace dans le Bulletin, du progrès de ses recherches et du résultat de ses travaux.

Né à Moulins, le 19 avril 1819, et entré à l'Ecole Polytechnique en 1838, Laussedat en sortit en 1840 dans l'arme du génie ; il fut appelé à s'occuper des projets et de l'exécution des fortifications de Paris, puis chargé de reconnaissances topographiques dans les Pyrénées occidentales. Ce dernier travail, conforme à ses goûts et à ses aptitudes et dont les résultats lui valurent d'ailleurs l'approbation flatteuse du général (depuis maréchal) Vaillant, paraît avoir déterminé l'orientation de sa carrière scientifique ; dès 1846, en effet, ayant reconnu le grand avantage des procédés expéditifs pour l'étude du terrain, il perfectionna la chambre claire de Wollaston, pour la transformer en un instrument précis, simple et commode ; en 1851, il perfectionna de même la chambre obscure, et posa les premières bases de cette méthode de levé des plans par la photographie, qu'il devait plus tard amener à un degré de perfection qu'à l'origine beaucoup de praticiens croyaient absolument impossible.

Ces travaux attirèrent l'attention sur le jeune officier, qui fut appelé en 1851, sans l'avoir demandé, au comité des fortifications pour y diriger le service topographique et cartographique, et à l'Ecole Polytechnique comme répétiteur d'astronomie et de géométrie ; dès 1856, il y devint titulaire du cours, sur la présentation unanime du Conseil d'initiative et du Conseil de perfection-

nement de l'Ecole, et le conserva jusqu'en 1871. C'est pendant cette période qu'il créa à l'Ecole Polytechnique un observatoire où venaient travailler les élèves passionnés pour la science; on peut citer parmi eux, Alfred Cornu, qui abordait dès cette époque (1860-1862), les beaux travaux auxquels il dut sa célébrité comme physicien et comme astronome. Entre temps, Laussedat organisa et présida l'expédition envoyée à Batna, en Algérie, pour observer l'éclipse totale de soleil de 1860; à cette occasion, il inventa un nouvel appareil, héliographe horizontal, qui fut employé aussi pour l'observation des passages de Mercure sur le soleil, et qui a servi plus tard aux astronomes américains, pour l'observation des passages de Vénus en 1874 et 1882.

Dès 1859, Laussedat avait encore fait construire un autre appareil, le photo-théodolite, destiné à faire passer dans la pratique l'idée qu'il poursuivait depuis plusieurs années; savoir: l'utilisation de la photographie pour l'exécution de toutes les opérations topographiques, quelles qu'elles soient. Cet appareil, qui a servi de type à beaucoup d'autres, employés depuis à l'étranger, fut essayé de 1859 à 1861 entre Paris et Buc, en présence de Commissions officielles; il fut ensuite utilisé avec succès de 1864 à 1869, par une brigade topographique, pour le levé d'une étendue de terrain de 75.000 hectares.

Mais la guerre et l'invasion de 1870 vinrent interrompre brusquement ces travaux pacifiques, et toute l'activité de Laussedat fut mise au service de la défense nationale. Comme chef du Génie sur la rive gauche de la Seine, il organisa la surveillance défensive des carrières souterraines, si nombreuses dans cette région, en même temps que la reconnaissance des travaux de l'assiégeant, au moyen de 12 observatoires, pourvus par ses soins d'un personnel d'élite et d'un instrument (le télémétrographe), imaginé par lui dès 1850; comme président de la Commission des communications diverses, il prit l'initiative de l'emploi des pigeons voyageurs et fit préparer le parc aérostatique de Chalais, où il choisit, pour son adjoint, le capitaine Renard, qui devait plus tard s'illustrer par ses remarquables expériences et par la création du premier dirigeable.

En 1871, Laussedat fut nommé membre de la Commission

de délimitation de la nouvelle frontière franco-allemande. Dans cette tâche pénible, où il s'agissait de discuter pied à pied avec des officiers prussiens, usant et abusant de la victoire, il réussit par sa ténacité et son énergie, à conserver à la France 50.000 bons Français, et de grandes richesses minérales qu'on voulait lui ravir par le tracé de la nouvelle frontière.

Une fois la paix rétablie, Laussedat put revenir aux études qui l'avaient occupé depuis les débuts de sa carrière, et y consacrer tout le temps que lui laissaient libre ses fonctions officielles, professeur, d'abord suppléant (en 1864), puis titulaire (1873) du cours de géométrie appliquée aux arts du Conservatoire des Arts et Métiers ; directeur des études à l'Ecole Polytechnique de 1879 à 1881 ; directeur du Conservatoire des Arts et Métiers de 1881 à 1900, époque à laquelle il reçut le titre de directeur honoraire. Pendant toute cette période, il ne cessa de perfectionner la méthode et les instruments de cette nouvelle science appliquée, la métrophotographie, qu'il avait inventée et dont il eut la satisfaction de voir les applications se répandre dans le monde entier, entre les mains d'habiles opérateurs, qui tous, le reconnaissaient pour leur maître : Deville, au Canada ; Pio Paganini, en Italie ; Meydenbauer, en Allemagne ; Von Hübl, Dolezal, Eder, en Autriche ; tandis qu'en France, le commandant Javary, MM. H. et J. Vallot entraient dans la même voie. Cette méthode est d'ailleurs si souple, qu'elle s'applique aux cas les plus divers ; levés terrestres, levés en ballons ou en cerf-volant, levés de côtes, reconnaissances militaires, levés réguliers et plans de terrains ou d'édifices. L'Allemagne a formé un Institut photogrammétrique pour les levés d'architecture, et, par ses encouragements, provoqué l'invention récente de la Stéréophotographie, nouveau progrès dont les conséquences peuvent être immenses. On voit quelle est la portée de l'œuvre principale à laquelle Laussedat a attaché son nom.

Mais tout en s'y consacrant avec une prédilection marquée, notre regretté confrère ne se désintéressait nullement des autres progrès ou manifestations de la science, pure ou appliquée. Il fut membre et président de la Société d'Encouragement pour l'Industrie Nationale, à laquelle il donna plusieurs rapports et où

il fit des conférences; il suivit assidûment, pendant de longues années, les Congrès annuels de l'Association française pour l'Avancement des Sciences, qu'il présida même en 1888, au Congrès d'Oran. Enfin élu, en 1894, membre libre de l'Académie des Sciences, il y apportait de temps en temps le résultat de ses travaux, poursuivis jusqu'à sa mort avec une activité véritablement étonnante; dans une des dernières séances auxquelles il ait assisté, il présentait encore à l'Académie, un appareil destiné à la projection directe des plans sans opérations graphiques, ainsi que le rappelait avec émotion M. Ad. Carnot, dans le discours prononcé le 21 mars 1907, aux funérailles de son confrère et ami.

En résumé, Laussedat a été essentiellement un homme de devoir et de science, et sa vie si bien remplie et si féconde en résultats utiles, est une de celles qui méritent d'être proposées en exemple aux jeunes générations.

Les Constellations Arithmétiques

Par Gaston TARRY

Ce sont des grilles d'une certaine espèce, et faites quelque peu pour surprendre l'observateur, s'il n'a pas réfléchi à ce genre de questions.

Sur un carré de module m , comprenant m^2 cases, et répété au besoin à droite et à gauche, au-dessus et au-dessous, autant qu'il sera nécessaire, on applique un carton dans lequel sont découpées m fenêtres ayant les dimensions des cases. Elles laissent alors apercevoir m cases du carré. Si l'on fait la somme des m nombres qui apparaissent, cette somme est la constante magique. Si, au lieu de nombres, on a placé m^2 objets définis par des couples de la forme $A\alpha$, on voit les m objets A et les m objets α tous différents les uns des autres.

Si l'on transporte la grille parallèlement à elle-même, où l'on voudra, la même circonstance se constate, en lisant les cases visibles sur le carré lui-même ou sur les voisins qui la reproduisent. Et comme l'apparence de la *constellation* formée par les cases générales (*les étoiles*) est souvent désordonnée, sans aucune symétrie, ni régularité, on se demande comment ce résultat est possible.

Cette conception généralise *extraordinairement* la notion de magie.

Le nombre des constellations magiques, en y comprenant bien entendu les $m-1$ droites magiques, est de $(m-1)!$ Les lignes magiques n'en sont plus qu'une partie négligeable. Dans l'espace à n dimensions, le nombre des constellations serait :

$$[(m-1)!]^{n-1}$$

Pour $m = 13$, le nombre des constellations est 479.001.600, en y comprenant les 12 droites magiques.

La constellation donnée en exemple est applicable dans ses 8 orientations (4 par face).

Quand le module premier m n'est pas de la forme $4a + 1$, la constellation ne peut être applicable que dans 4 orientations, au

plus, mais une constellation quelconque reste toujours applicable après rotation de deux angles droits, c'est-à-dire dans deux orientations au moins.

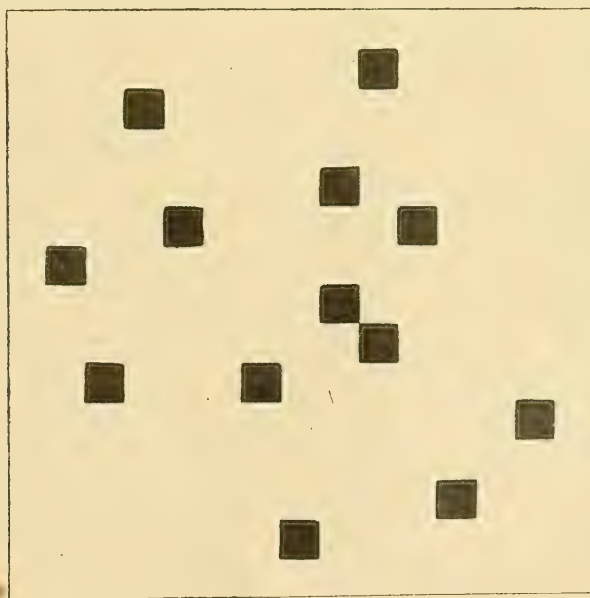
Ainsi, que l'on jette la grille suivant l'une quelconque de ces 8 orientations, de manière à découvrir 13 cases de notre carré magique répété 4 fois, on verra par les lucarnes 13 nombres dont la somme sera toujours la même.

Comme les nombres ont été écrits dans le système de numération de base 13, pour éviter l'addition des 13 nombres, on constatera que les premiers chiffres de ces nombres, ainsi que les seconds, sont tous différents, et par conséquent successivement égaux à

0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12,

Ce qu'il y a de plus extraordinaire, c'est que le nombre des constellations différentes, pour le carré dont la base est seulement 13, dépasse 479 millions.

0.0	1.6	12.7	5.12	4.1	8.11	2.2	10.9	3.10	6.8	7.5	11.3	9.4	0.0	1.6	12.7	5.12	4.1	8.11	2.2	
3.11	6.2	7.9	11.10	9.8	0.5	1.3	12.4	5.0	4.6	8.7	2.12	10.1	3.11	6.2	7.9	11.10	9.8	0.5	1.3	
5.5	4.3	8.4	2.0	10.6	3.7	6.12	7.1	11.11	9.2	0.9	1.10	12.8	5.5	4.3	8.4	2.0	10.6	3.7	6.12	
11.7	9.12	0.1	1.11	12.2	5.9	4.10	8.8	2.5	10.3	3.4	6.0	7.6	11.7	9.12	0.1	1.11	12.2	5.9	4.10	
2.9	10.10	3.8	6.5	7.3	11.4	9.0	0.6	1.7	12.12	5.1	4.11	8.2	2.9	10.10	3.8	6.5	7.3	11.4	9.0	
1.4	12.0	5.6	4.7	8.12	2.1	10.11	3.2	6.9	7.10	11.8	9.5	0.3	1.4	12.0	5.6	4.7	8.12	2.1	10.11	
6.1	7.11	11.2	9.9	0.10	1.8	12.5	5.3	4.4	8.0	2.6	10.7	3.12	6.1	7.11	11.2	9.9	0.10	1.8	12.5	
4.8	8.5	2.3	10.4	3.0	6.6	7.7	11.12	9.1	0.11	1.2	12.9	5.10	4.8	8.5	2.3	10.4	3.0	6.6	7.7	
9.6	0.7	1.12	12.1	5.11	4.2	8.9	2.10	10.8	3.5	6.3	7.4	11.0	9.6	0.7	1.12	12.1	5.11	4.2	8.9	
10.2	3.9	6.10	7.8	11.5	9.3	0.4	1.0	12.6	5.7	4.12	8.1	2.11	10.2	3.9	6.10	7.8	11.5	9.3	0.4	
12.3	5.4	4.0	8.6	2.7	10.12	3.1	6.11	7.2	11.9	9.10	0.8	1.5	12.3	5.4	4.0	8.6	2.7	10.12	3.1	
7.12	11.1	9.11	0.2	1.9	12.10	5.8	4.5	8.3	2.4	10.0	3.6	6.7	7.12	11.1	9.11	0.2	1.9	12.10	5.8	
8.10	2.8	10.5	3.3	6.4	7.0	11.6	9.7	0.12	1.1	12.11	5.2	4.9	8.10	2.8	10.5	3.3	6.4	7.0	11.6	
0.0	1.6	12.7	5.12	4.1	8.11	2.2	10.9	3.10	6.8	7.5	11.3	9.4	0.0	1.6	12.7	5.12	4.1	8.11	2.2	
3.11	6.2	7.9	11.10	9.8	0.5	1.3	12.4	5.0	4.6	8.7	2.12	10.1	3.11	6.2	7.9	11.10	9.8	0.5	1.3	
5.5	4.3	8.4	2.0	10.6	3.7	6.12	7.1	11.11	9.2	0.9	1.10	12.8	5.5	4.3	8.4	2.0	10.6	3.7	6.12	
11.7	9.12	0.1	1.11	12.2	5.9	4.10	8.8	2.5	10.3	3.4	6.0	7.6	11.7	9.12	0.1	1.11	12.2	5.9	4.10	
2.9	10.10	3.8	6.5	7.3	11.4	9.0	0.6	1.7	12.12	5.1	4.11	8.2	2.9	10.10	3.8	6.5	7.3	11.4	9.0	
1.4	12.0	5.6	4.7	8.12	2.1	10.11	3.2	6.9	7.10	11.8	9.5	0.3	1.4	12.0	5.6	4.7	8.12	2.1	10.11	
6.1	7.11	11.2	9.9	0.10	1.8	12.5	5.3	4.4	8.0	2.6	10.7	3.12	6.1	7.11	11.2	9.9	0.10	1.8	12.5	
4.8	8.5	2.3	10.4	3.0	6.6	7.7	11.12	9.1	0.11	1.2	12.9	5.10	4.8	8.5	2.3	10.4	3.0	6.6	7.7	
9.6	0.7	1.12	12.1	5.11	4.2	8.9	2.10	10.8	3.5	6.3	7.4	11.0	9.6	0.7	1.12	12.1	5.11	4.2	8.9	
10.2	3.9	6.10	7.8	11.5	9.3	0.4	1.0	12.6	5.7	4.12	8.1	2.11	10.2	3.9	6.10	7.8	11.5	9.3	0.4	



Examen de Houille de Lorraine

Par P. MAHLER

I. Les expériences dont je publie les résultats ont un peu perdu de leur actualité. Elles offrent cependant un certain intérêt historique.

La découverte de la houille, aux environs de Pont-à-Mousson, attira vivement l'attention du public, en 1905. On s'en souvient. C'était un succès pour la science. C'était l'espérance d'une augmentation de puissance productrice pour l'industrie métallurgique de la Lorraine française, qui allait se trouver abondamment pourvue du précieux combustible qu'elle doit, à l'heure qu'il est, faire venir de fort loin, et même d'Allemagne.

La sonde rencontra donc sous Pont-à-Mousson, conformément aux prévisions des géologues, la partie supérieure du terrain westphalien, à 789 mètres, et un peu plus bas les couches de charbon analogues comme fossiles et comme nuance à la houille de la Sarre.

J'ajoute que la quantité de couches, de puissance suffisante, trouvées en Lorraine depuis 1905, n'est pas très considérable, que leur mise en exploitation paraît exceptionnellement difficile, à cause de la profondeur et des venues d'eau, et que l'industrie métallurgique fera bien de ne pas compter, avant longtemps, sur le charbon du nouveau bassin.

Les expériences que j'ai faites à l'Ecole des Mines, avec l'aide de M. Goutal, précisent la qualité d'échantillons de charbon provenant des premiers sondages de Pont-à-Mousson et que M. Cavalier, directeur de la Société de Pont-à-Mousson mit à ma disposition, peu après leur découverte.

II. J'ai examiné ainsi le charbon de trois échantillons :

1° Un échantillon recueilli à 819 mètres de profondeur, provenant d'une couche de 0 m. 70 de puissance et dans certaines limites exploitables ;

2° Un échantillon recueilli à 872 mètres, provenant d'une veine de 0 m. 20 d'épaisseur ;

3° Un échantillon recueilli à 926 mètres, provenant d'une veinule de quelques centimètres d'épaisseur, et analogue à toutes celles que la sonde recoupa, dans la suite, jusqu'à 1041 mètres.

Le travail de ce premier sondage lorrain fut arrêté à cette cote

Il n'avait malheureusement servi qu'à mettre en évidence l'appauvrissement en charbon des terrains, à partir de la rencontre encourageante de la couche de 0 m. 70.

En raison de la nature même des échantillons prélevés en cours d'un sondage, à grande profondeur, la houille se trouvait mélangée à une proportion considérable de schiste, et il a d'abord été nécessaire de la purifier, autant que possible.

On a séparé ainsi dans le premier échantillon 45 o/o de schiste, dans le second 37 o/o de schiste et dans le dernier 36 o/o. Faute de cette séparation, la détermination des pouvoirs calorifiques et des matières volatiles n'eût donné que des chiffres illusoires, et fixant non pas la valeur propre du charbon, mais la valeur d'un mélange, sans intérêt, de houille et de matières schisteuses.

Je rappelle qu'on effectue le genre de séparation dont je viens de parler, en mettant la matière pulvérisée en suspension dans un liquide de densité convenable. La houille pure, plus légère, surnage, et il est facile de la recueillir à part.

L'emploi d'une liqueur lourde composée d'iodure de méthylène additionné d'un tiers de son volume de benzine, donne de bons résultats. On termine par un lavage des parties séparées, à l'aide de benzine pure qui élimine rapidement toute trace de l'iodure de méthylène. Cette formule de lavage a été recommandée par M. Goutal, en 1904, et elle est capable de rendre des services, dans bien des circonstances.

Chacun sait, d'autre part, que les proportions de carbone fixe, de matières volatiles, de cendre, la teneur en soufre, sont, avec le pouvoir calorifique, mesuré au moyen de la bombe, des éléments suffisants pour caractériser une houille.

Les déterminations sur des prises d'essai, préparées comme il a été dit plus haut, ont été effectuées dans les conditions que j'ai jadis précisées. (Contribution à l'étude des combustibles, 1893.)

Voici les résultats obtenus :

1^{re} Houille desséchée de l'échantillon n° 1 (819 m. de profondeur.)

On a trouvé :

Carbone fixe. . .	59,25 o/o, soit déduction faite des cendres	61,4 o/o
Matières volatiles. . .	37,25 »	38,6 »
Cendres.	3,50	
Pouvoir calorifique . . .	»	7.950 calories.
Soufre.	»	1,13 o/o

2° Houille desséchée de l'échantillon n° 2 (872 m.)

Carbone fixe.	38,55	o/o, soit déduction faite des Cendres	60,4	o/o
Matières volatiles.	38,45	»	39,6	
Cendres.	3,00	»	»	
Pouvoir calorifique		»	8.050	calories.
Soufre.		»	0,88	o/o

3° Houille desséchée de l'échantillon n° 3 (926 m.)

Carbone fixe.	51,85, soit déduction faite des cendres	60,8	o/o	
Matières volatiles. . .	36.00	»	39,2	o/o
Cendres.	8,15			
Pouvoir calorifique. .	»	7.805	calories.	
Soufre	»	1,48	o/o	

III. Conclusions.

Les chiffres ci-dessus montrent que les houilles recueillies au cours du sondage, à des niveaux très différents, sont pratiquement identiques et appartiennent à la même nuance, c'est-à-dire à la catégorie des charbons flambants, telle qu'on la trouve dans le bassin de Sarrbruck.

J'ai trouvé, au moyen du procédé que j'ai fait connaître dans la contribution à l'étude des combustibles, que ces houilles s'oxydent facilement à l'air. Par suite elles ne conviennent pas à la fabrication du coke métallurgique, à moins d'être mélangées à d'autres charbons et traitées d'une façon spéciale.

Le pouvoir calorifique est plutôt faible.

La teneur en soufre est notable.

Une détermination directe effectuée sur l'un des échantillons (échantillon n° 2), a mis en évidence une teneur en chlore de 0,217 o/o, alors qu'un grand nombre d'analyses assigne le chiffre d'environ 0,125 o/o, pour la teneur moyenne en chlore des houilles. Or, on sait l'influence destructive du chlore sur les tôles des chaudières à vapeur.

En somme, nous constatons que la houille trouvée, sous Pont-à-Mousson, est de qualité médiocre pour les usages industriels.

Si les autres sondages pratiqués dans le département de Meurthe-et-Moselle n'ont pas révélé un combustible meilleur, l'industrie se consolera de ces difficultés que je signalais au début de cette note, et qui retardent la mise en exploitation du nouveau bassin.

Développement du Périmètre thoracique chez les Enfants

Par M. MARAGE

Chez les enfants élevés dans les villes et chez beaucoup d'adultes, les sommets des poumons fonctionnent mal ; ces sujets se servent du type de la respiration diaphragmatique ; les intestins sont refoulés, les muscles de la paroi abdominale cessent de se contracter ; il en résulte le gros ventre des hommes de quarante ans et la poitrine étroite et pyriforme de la plupart des enfants qui ne vivent pas à la campagne.

Les traités de gymnastique indiquent un grand nombre de mouvements qui permettent de remédier à ces inconvénients ; mais la plupart de ceux qui en auraient besoin n'ont ni le temps ni les moyens de les exécuter.

J'ai cherché les exercices qui donnent les meilleurs résultats, je les ai ramenés à trois que l'on peut apprendre rapidement ; ils sont suffisants : la cage thoracique acquiert en quelques mois son volume normal, tandis que les muscles de la paroi abdominale reprennent leur tonicité.

PRINCIPE. — Développer en même temps les muscles inspireurs et les muscles fixateurs des omoplates à la colonne vertébrale. Si on développait les pectoraux seuls, les épaules seraient attirées en avant, et le sujet serait voûté (attitude des lutteurs).

RÈGLES GÉNÉRALES. — 1° Dans tous les exercices, l'inspiration doit être faite par le nez, la bouche fermée ; dans l'expiration, au contraire, la bouche est largement ouverte ;

2° Chaque exercice est répété 10 fois au plus (on commence par 4) ; puis, on passe au suivant ; et, comme ce ne sont pas les mêmes muscles qui fonctionnent, le deuxième exercice repose du premier ;

3° Chaque jour, loin des repas, on fait dix fois chacun des trois exercices ; on se repose cinq minutes, et on recommence une deuxième série des trois mêmes exercices.

PREMIER EXERCICE. — Les bras sont tombants le long du corps, la paume de la main en dedans.

a) *Inspiration*. — On fait décrire aux membres supérieurs, placés parallèlement l'un à l'autre, un arc de 180° dans un plan ver-

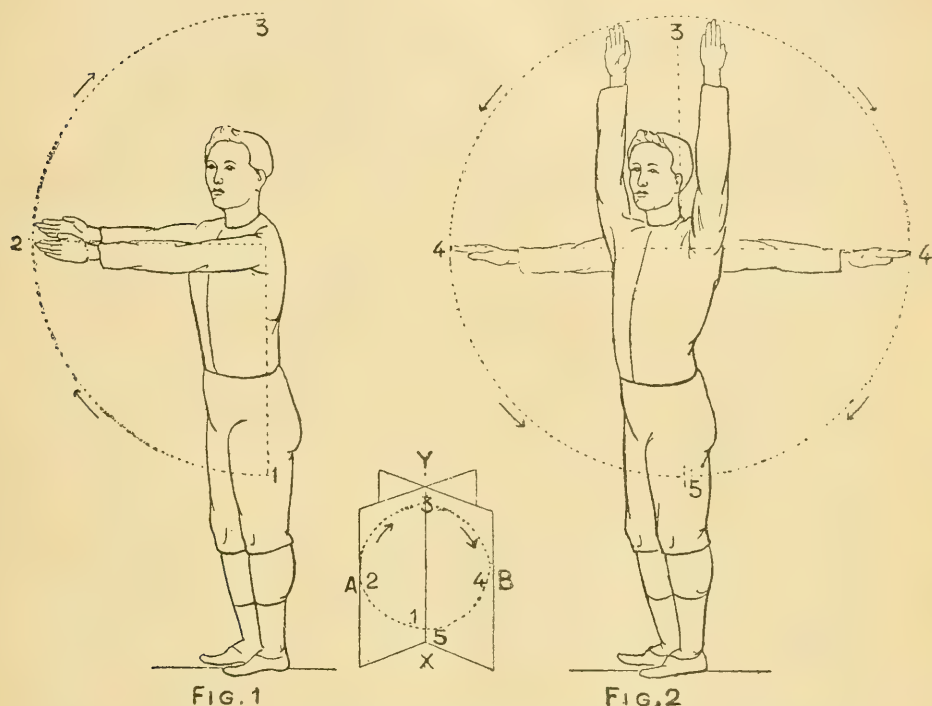


FIG. 1

FIG. 2

tical parallèle au plan médian antéro-postérieur du corps (*fig. 1* positions 1, 2, 3 ; plan A).

b) *Expiration*. — On abaisse lentement les bras (*fig. 2*, positions 3, 4, 5 ; plan B) dans un plan perpendiculaire au précédent ; l'air s'échappe lentement des poumons par la bouche ouverte pendant que les bras s'abaissent.

DEUXIÈME EXERCICE. — Les avant-bras sont repliés de manière que les extrémités des doigts se touchent sur la ligne médiane, l'avant-bras et le bras se trouvant dans un même plan horizontal ; les bras ne changent pas de position.

a) *Inspiration*. — Les avant-bras, dans le plan horizontal des bras, décrivent un arc de 180° (positions 1, 2, 3 ; *fig. 1* et 2.)

b) *Expiration*. — Les avant-bras reviennent à leur position primitive (positions 3 et 4, *fig. 2*.)

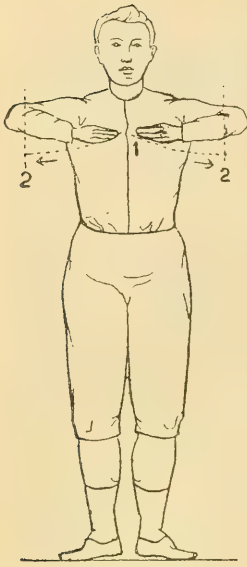


FIG. 1

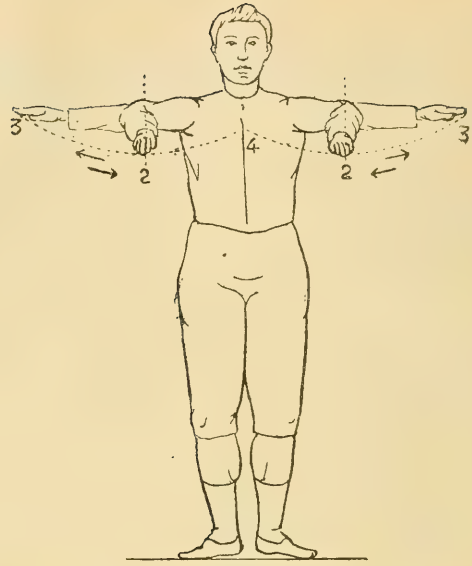


FIG. 2

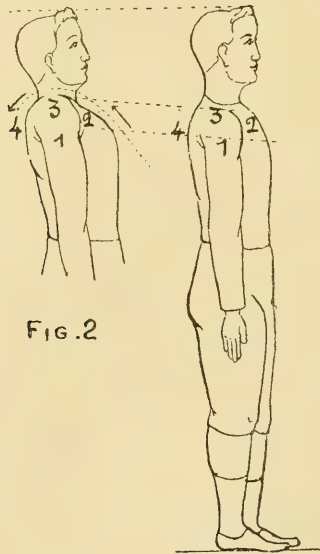


FIG. 2

FIG. 1

TROISIÈME EXERCICE. — Les deux épaules étant à la même hauteur, les bras pendants (fig. 1 et 2).

a) *Inspiration.* — On fait décrire aux épaules un arc de 0 à 180° en avant, en portant les épaules dans les positions 1, 2, 3.

b) *Expiration.* — On fait continuer l'arc de cercle en arrière de 180 à 360°, en portant les épaules dans les positions 3, 4, 1.

MESURES. — 1° Chaque mois, on mesure le volume d'air le plus grand que l'on puisse éliminer dans une expiration ; (non indispensable).

2° On mesure le tour de poitrine, au-dessous des seins, à la fin d'une expiration profonde.

RESULTATS

Les exercices ont été faits pendant 6 mois à l'école de garçons de la rue Cambon, à Paris.

Les résultats sont contenus dans le tableau suivant :

MOYENNE DES RÉSULTATS OBTENUS

AGE	TAILLE en centimètres		POIDS en kilog.		TOUR DE POITRINE en centimètres			CAPACITÉ VITALE en litres et centilitres			NOMBRE DES ÉLÈVES
	Début	6° mois	Début	6° mois	Début	1 ^{er} mois	6° mois	Début	1 ^{er} mois	6° mois	
6	115	118	21	20	54	56	60	0,54	0,78	0,85	19
7	123	125	24	23	55	58	62	0,66	0,80	0,93	14
8	124	126	25	25	56	59	63	0,79	0,86	1,13	27
9	130	132	28	28	58	62	66	0,89	1,00	1,17	29
10	141	143	32	31	62	65	67	1,20	1,36	1,51	28
11	138	142	32	33	61	65	69	1,05	1,31	1,70	18
12	145	149	35	41	62	66	70	1,47	1,67	1,95	22
13	148	157	40	40	73	77	77	1,93	2,26	2,26	16
14	149	153	39	43	65	69	77	1,83	1,92	2,15	7

On voit immédiatement que l'accroissement du tour de poitrine a été très rapide pendant le 1^{er} mois : il n'est pas rare après 30

séances de trouver le périmètre thoracique augmenté de 6 à 7 centimètres.

Les mouvements d'inspiration sont généralement très bien faits, les mouvements d'expiration le sont parfois moins bien : on le constate soit en mesurant la capacité vitale qui n'augmente pas suffisamment, soit en mesurant la diminution du périmètre thoracique dans le passage de l'inspiration à l'expiration profonde ; chez les enfants de 6 à 10 ans, cette variation est de 3 à 4 centimètres, elle est de 4 à 5 centimètres chez les enfants de 11 à 14 ans. Les exercices étaient faits chaque jour à la fin de la récréation de 10 heures et de 4 heures ; il suffisait de 5 minutes chaque fois ; les enfants rentraient donc en classe cinq minutes plus tard.

Les exercices, contrôlés par M. Meunier, le Directeur, ont été surveillés avec le plus grand dévouement par les professeurs MM. Mersier, Dimanche, Racinet, Girardot, Clairier et Madame Meunier.

CONCLUSION. — (1.) Les enfants apprennent en quelques minutes à faire ces exercices, et comme leur récréation se trouve augmentée de 5 minutes, ils les font avec plaisir.

(2) On ne constate plus d'attitudes vicieuses, les enfants se tiennent droits et les omoplates cessent d'être saillantes.

(3) L'état sanitaire a été supérieur cette année à celui des années précédentes ; il y a beaucoup moins de manquants.

(4) Le développement est surtout très rapide chez les sujets un peu malingres. (14 ans, voir le tableau).

(5) Il est inutile de créer des fonctionnaires nouveaux, les professeurs dirigeront les mouvements, et les médecins des écoles contrôleront les résultats.

(6) Si dans toutes les écoles de France, les élèves faisaient régulièrement chaque jour ces exercices pendant 5 minutes, le nombre des conscrits aptes au service militaire augmenterait dans une notable proportion : à une époque où la natalité diminue, ce résultat n'est pas à dédaigner.

PRINCIPAUX OUVRAGES DU MÊME AUTEUR

Anatomie descriptive du sympathique thoracique des oiseaux (Médaille de la Faculté de Paris) In-8° de 68 p., avec fig. (David, éd.). Paris, 1887.

Anatomie et histologie du sympathique des oiseaux. In-8 de 72 p., avec fig. pl. en couleurs (Masson, éd.). Paris, 1889.

Note sur un nouveau sphygmographe (récompensé par la Faculté de Médecine), 1889.

Traitement par la résorcine en solution concentrée de l'hypertrophie du tissu lymphoïde pharyngien, 1892 (Masson, éd.).

Etude des stéthoscopes.

Traitement de la diphtérie. In-8° de 40 p., 1894.

Traitement médical des tumeurs adénoïdes. In-8° de 35 p., avec fig. Paris, 1895 (Masson, éd.). (*Académie de Médecine*).

Les divers traitements de l'hypertrophie des amygdales. Paris, 1895 (Masson, éd.).

Serre-nœud électrique automatique et pince à forcipressure pour la région amygdalienne (récompensé par la Faculté de Médecine). Paris, 1896 (Masson, éd.).

Note sur un nouveau cornet acoustique servant en même temps de masseur du tympan, 1897 (Masson, éd.).

Etude des cornets acoustiques par la photographie des flammes de Kœnig, 11 planches (récompensé par la Faculté et par l'Académie de médecine). Paris, 1897 (Masson, éd.).

Contribution à l'étude des voyelles par la photographie (37 p.). Comment parlent les phonographes (*Cosmos*, 1898) (*Vie Scientifique*)

La voix des sourds-muets (*Académie de Médecine*, 5 avril 1898.)

Résumé des conférences faites à la Sorbonne sur les voyelles.

Exercices acoustiques chez les sourds-muets.

Traitement de la surdité par le massage (*Société de biologie*).

La méthode graphique dans l'étude des voyelles. (*Institut*).

Synthèse des voyelles (*Institut*).

Les phonographes et l'étude des voyelles. In-8° de 19 p., avec fig.

Rôle de la cavité buccale et des ventricules de Morgagni dans la phonation (*Société de biologie*).

Rôle de l'arthritisme dans la pharyngite granuleuse (*Académie de Médecine*, 1889).

Théorie de la formation des voyelles, avec 43 fig.. ouvrage couronné par l'Institut (Prix Barbier, 1900).

Acoumètre normal, appareil couronné par la Faculté de Médecine (Prix Barbier, 1900).

Rôle de la chaîne des osselets dans l'audition (*Académie de Médecine*, 1900).

Quelques remarques sur les otolithes de la grenouille (*Institut*, 1901).

Sur les otolithes de la grenouille (*Institut*, 1901).

Traitement de la surdité, travail couronné par l'Académie de Médecine (Prix Meynot, 1902).

A propos du liquide de l'oreille interne chez l'homme (*Société de biologie*, janvier 1902),

Contribution à la physiologie de l'oreille interne (*Institut*, janvier 1903).

Action sur l'oreille à l'état pathologique des vibrations fondamentales des voyelles (*Institut*, février 1903).

Pathogénie et traitement de l'otite scléreuse (*Revue des maladies de la nutrition*, janvier, avril, mai 1903).

A propos de la physiologie de l'oreille interne (*Institut*, mars 1903).

Mesure et développement de l'audition chez les sourds-muets.

In-8° de 68., p. avec 38 fig. (*Académie de Médecine*, 24 novembre 1903).

Mode d'action des vibrations sur le système nerveux (*Institut*, février 1904).

Comment on peut modifier la voix des sourds-muets (*Académie de Médecine*, 27 avril 1904).

Théorie élémentaire de l'audition (*Société française de physique*, 1904).

Sensibilité spéciale de l'oreille physiologique pour certaines voyelles (*Institut*, janvier 1905).

Diagnostic différentiel des lésions de l'oreille moyenne et de l'oreille interne (*Académie des Sciences*, février 1905).

Mesure et développement de l'audition, 1905. In-8° de 117 p., avec 52 fig.

Contribution à l'étude de l'organe de Corti (*Institut*, octobre 1905).

Pourquoi certains sourds-muets entendent mieux les sons graves que les sons aigus (*Institut*, octobre 1905).

Qualités acoustiques de certaines salles pour la voix parlée, 10 fig. (*Institut*, avril 1906).

Contribution à l'étude de l'audition des Poissons (*Institut*, 26 novembre 1906).

Photographie rapide des principales vibrations de la voix chantée et parlée (*Société philomathique*, janvier 1907).

La portée de certaines voix (*Académie de Médecine*, 21 mai 1907).

Travail développé pendant la phonation (*Institut*, 27 mai 1907).

Audition et phonation chez les sourds-muets (*Académie de Médecine*, 5 octobre 1907).

Développement de l'énergie de la voix par des exercices respiratoires (*Institut*, novembre 1907).

Sur une Collection de Poissons

recueillie par M. le Docteur Wurtz en Guinée française

Par M. le D^r Jacques PELLEGRIN

M. le D^r Wurtz, lors d'un récent voyage au Sénégal et en Guinée française a bien voulu, sur ma demande, rassembler une petite collection de Poissons d'eau douce pour le Museum d'histoire naturelle. Ses récoltes ont été faites dans les rivières du Sud en divers points de la Guinée française : au marigot de Rotouma, à 10 kilomètres de Konakry ; dans la rivière Samou, affluent du Koukouré, entre Tabili et les Grandes Chêtes, à une altitude de 300 à 400 mètres environ ; enfin dans la Haute-Guinée, au marigot de Mamou, non loin de Timbo, à une hauteur de 800 mètres environ. Ce marigot se déverse dans la Caba, affluent de la Kolenté, fleuve marquant plus ou moins la frontière de la Guinée française et de la Sierra-Léone.

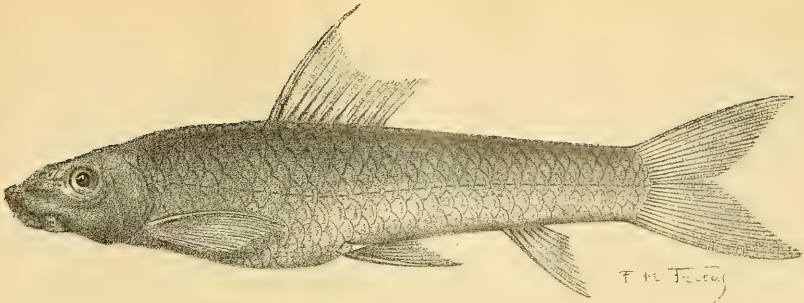
Ce sont des régions encore assez peu connues au point de vue ichthyologique : l'année dernière j'ai décrit (1) un nouveau genre de la famille des Siluridés, le *Paramphilius trichomycteroides* Pellegrin, pêché par M. Auguste Chevalier, à Ditinn, localité située également à peu de distance de Timbo.

Il y a quelque temps une petite collection formée en Casamance par M. le D^r Maclaud me fournissait (2) deux espèces nouvelles de Characinidés : *Neoborus quadrilineatus* Pellegrin et *Nannocharax dimidiatus* Pellegrin. Aussi ne faut-il pas s'étonner, bien que le nombre des espèces recueillies par M. le D^r Wurtz ne s'élève qu'à 13, si sur celles-ci quatre sont nouvelles pour la science. Toutes appartiennent à la famille des Cyprinidés, ce sont : un *Labeo*, deux *Barbus*, un *Barilius*.

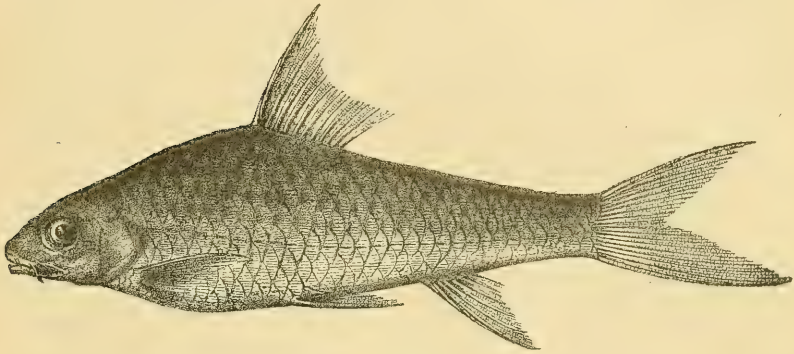
Le genre *Labeo* est représenté par une soixantaine d'espèces

(1) D^r J. PELLEGRIN. Siluridé nouveau du Fouta-Djalou. *Bull. Mus. Hist. nat.*, 1907, p. 23.

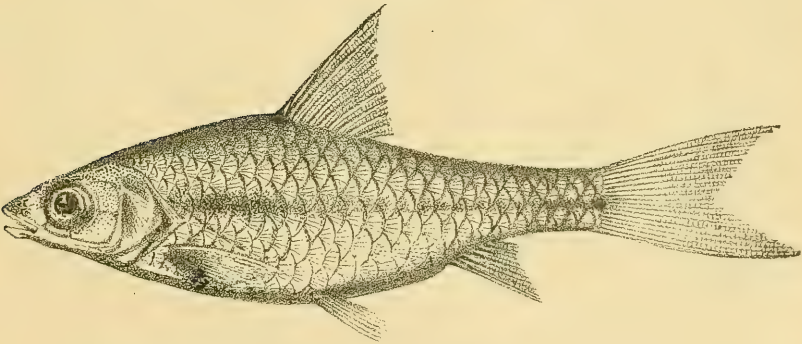
(2) D^r J. PELLEGRIN. Characinidés nouveaux de la Casamance. *Op. cit.*, 1904, p. 218.



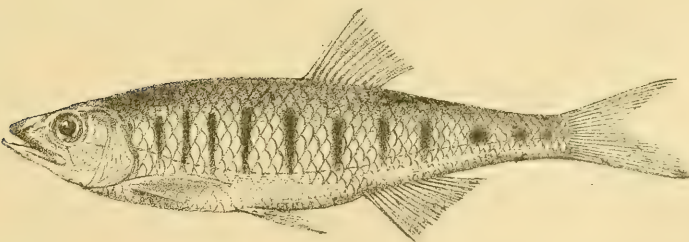
1



2



3



4

dont la moitié propre au sud de l'Asie, l'autre moitié à l'Afrique (1). En ce qui concerne ce dernier continent, c'est dans le bassin du Congo et dans l'Est africain que les formes sont les plus nombreuses, elles se raréfient dans l'Ouest africain. On ne connaissait jusqu'ici que deux espèces du Sénégal et du Soudan français, au nord du Niger, le *Labeo horie* Heckel, et le *Labeo coubie* Rüppell qui habitent aussi le Nil ; c'est ce qui fait l'intérêt de la découverte d'une forme nouvelle de ce genre en Guinée française.

L'abondance des Barbeaux ou *Barbus* dans cette région est un fait qui mérite également d'être signalé car ce vaste genre qui comprend plus de 300 espèces en Europe, en Asie et en Afrique, extraordinairement répandu dans l'Est africain et dans le bassin du Nil, assez richement représenté dans l'Afrique équatoriale et dans la région méditerranéenne en Algérie et au Maroc, avait été jusqu'ici assez rarement signalé dans cette contrée. Boulenger (2) dans son récent et magnifique ouvrage sur les Poissons du Nil s'exprime ainsi à propos du genre *Barbus* : « A remarkable fact is the absence of any representative of this genus in the Senegal and the Gambia, as well as in Lake Chad. Only one species (*B. nigeriensis* Boulgr.) is known from the Niger. » Cependant de Rochebrune (3) cite le *Barbus camptacanthus* Bleeker, comme se rencontrant dans le Sénégal où il est assez rare, mais plus commun dans la Falémé et la Gambie. Moi-même j'ai retrouvé cette espèce parmi les quelques Poissons recueillis en Casamance par le D^r Maclaud. Les récoltes de M. le D^r Wurtz montrent que les Barbeaux sont assez nombreux dans les rivières du Sud puisque outre les trois formes déjà décrites par Bleeker (4) en 1863, d'après des individus de Fer-

(1) Cf. G. A. BOULENGER. List of the African Species of the Cyprinid Genus *Labeo* with a key to their Identification. *Ann. Mag. nat. Hist.* 7, XII, 1903, p. 355.

(2) G. A. BOULENGER. Zoology of Egypt. The Fishes of the Nile, 1907, p. 199.

(3) DE ROCHEBRUNE. Faune de la Sénégalie. Poissons. 1883, p. 141.

(4) BLEEKER. Mémoire sur les Poissons de la côte de Guinée. *Nat. Verh. Vet. Haarlem*, XVIII, 1863, p. 111 à 115, pl. XXIII.

nando-Pô et de la Côte de l'Or se trouvent les types de deux espèces nouvelles, dont une sans barbillons appartient à une section tout à fait intéressante.

Un fait digne de remarque également est la présence d'un nouveau *Barilius* dans ces régions. Une seule espèce, le *Barilius senegalensis* Steindachner, était connue jusqu'ici du Sénégal; le *Barilius niloticus* Joannis est commun au Nil et au Niger. Toutes les autres formes sont plus équatoriales ou de l'Est de l'Afrique.

On trouvera ci-dessous la liste par familles des Poissons rapportés par M. le Dr Wurtz et la description des espèces nouvelles (1). Le voyageur a bien voulu, en outre, noter sur le vif la coloration exacte des spécimens capturés; ces indications reproduites ici sont très précieuses, car on sait avec quelle rapidité les Poissons perdent dans l'alcool leur livrée souvent si brillante.

Cyprinidæ.

1. LABEO OBSCURUS Pellegrin.

(Fig. 1.)

Labeo obscurus PELLEGRIN, 1908, Bull. Mus. Hist. nat., 1908, p. 205.

La hauteur du corps un peu inférieure à la longueur de la tête ou égale à celle-ci, chez le jeune, est contenue 4 fois à 4 fois $\frac{1}{2}$ dans la longueur sans la caudale. La tête est 1 fois $\frac{1}{2}$ à 1 fois $\frac{2}{3}$ aussi longue que large. Le museau arrondi dépasse notablement la bouche, il est couvert de nombreux tubercules nuptiaux très saillants. L'œil est supéro-latéral, invisible d'en dessous, peu reculé en arrière, presque médian; son diamètre est contenu 3 fois chez le jeune, 4 fois à 4 fois $\frac{1}{3}$ chez l'adulte dans la longueur de la tête, 1 fois $\frac{1}{4}$ à 1 fois $\frac{1}{2}$ dans l'espace interorbitaire. La largeur de la bouche avec les lèvres, est comprise 2 fois $\frac{1}{3}$ à 2 fois $\frac{1}{2}$ dans la longueur de la tête. La face interne des lèvres est plissée transversalement; un petit barbillon faisant les $\frac{2}{3}$ environ du diamètre de l'œil est caché de chaque côté, dans l'enfoncement à l'angle des lèvres. On compte 33 à 35 écailles en ligne longitudinale, $\frac{4 \frac{1}{2}}{6 \frac{1}{4}}$ en ligne transversale, 3 entre la ligne

(1) Des diagnoses préliminaires de ces espèces nouvelles ont paru dans : Bull. Mus. Hist. nat., mai 1908, p. 204.

latérale et la ventrale, 12 autour du pédicule caudal. La nageoire dorsale à 3 rayons simples et 9 ou 10 branchus, a le bord libre fortement échancré ; son plus long rayon est égal ou un peu supérieur à la longueur de la tête et fait le double environ du dernier rayon ; son bord antérieur est situé plus loin du bout du museau que son bord postérieur de la racine de l'anale. L'anale à 7 rayons dont 5 branchus, n'atteint pas la racine de la caudale. La pectorale est arrondie, elle égale chez le jeune la longueur de la tête ou est un peu inférieure ; elle n'arrive pas à la ventrale qui se termine à l'anus seulement chez le jeune. Le pédicule caudal est un peu plus long que haut. La caudale est fortement fourchue.

En alcool la coloration est uniformément brun noirâtre avec quelques reflets rougeâtres à la caudale ; sur le vif, d'après M. le Dr Wurtz, la tête est noir foncé, les flancs sont brun noir ainsi que les nageoires ; le ventre est noir sale.

D. III 9-10 ; A. II 5 ; P. 16 ; V. 9 ; L. lat. 33-35 ; L. tr. $\frac{4}{6} \frac{1}{2}$

N° 08-94 à 96. Coll. Mus. — Grandes Chûtes ; Dr Wurtz.

Longueur : $61 + 18 = 79$, $119 + 31 = 150$ et $127 + 35 = 162$ millimètres.

Cette espèce se rapproche beaucoup du *Labeo annectens* Boulenger (1) du Cameroun. Elle en diffère par sa tête un peu plus longue, son œil plus grand, sa nageoire un peu plus reculée, ses écailles légèrement moins nombreuses en ligne longitudinale (33-35 au lieu de 36-39).

2. BARBUS WURTZI Pellegrin. (Fig. 2.)

Barbus Wurtzi, PELLEGRIN, 1908, Bull. Mus. Hist. nat., p. 206.

La hauteur du corps est contenue un peu plus de 3 fois dans la longueur sans la caudale, la longueur de la tête 4 fois. Le museau est arrondi, dépassant la bouche, un peu plus long que le diamètre de l'œil qui est compris 3 fois $\frac{1}{3}$ dans la longueur de la tête, 1 fois $\frac{1}{2}$ dans l'espace interorbitaire. La bouche est petite, la mandibule semi-circulaire, les lèvres sont indistinctes. Les barbillons au nombre de deux de chaque côté sont fort courts, le postérieur, le plus développé, mesurant un peu plus de la moitié du diamètre de l'œil. Les écailles sont munies de nombreuses stries

(1) *Pr. Zool. Soc.* 1903, I. p. 23, pl. II. fig. 1.

parallèles. On en compte 29 en ligne longitudinale, $\frac{4}{4} \frac{1}{2}$ en ligne transversale, 2 $\frac{1}{2}$ entre la ligne latérale et la ventrale, 12 autour du pédicule caudal. La dorsale sans épine comprend 13 rayons dont 10 branchus, le dernier rayon simple, non ossifié, flexible dans sa moitié supérieure, et dépassant à peine la longueur de la tête ; le bord libre de la nageoire est échancré ; elle est située à égale distance du bord supérieur de l'œil et de l'origine de la caudale. L'anale à 8 rayons dont 5 branchus, n'atteint pas l'origine de la caudale. La pectorale pointue égale la longueur de la tête et n'arrive pas à la ventrale qui se termine avant l'anus. Le pédicule caudal est 1 fois $\frac{1}{2}$ aussi long que haut. La caudale est fortement fourchue.

La coloration en alcool est brun olivâtre sur le dos, blanc sale sur le ventre, avec des reflets argentés sur les flancs. Sur le vif, d'après M. le Dr Wurtz, le dos est noir, les flancs bronzés, le ventre blanc, les nageoires jaune brun.

D. III 10 ; A. III 5 ; P. 14 ; V. 9 ; L. lat. 29 ; L. tr. $\frac{4}{4} \frac{1}{2}$

N° 08-97. Coll. Mus. — Grandes Chûtes : Dr Wurtz.

Longueur 117 + 31 = 148 millimètres.

Cette curieuse espèce que je me fais un plaisir de dédier à M. le Dr Wurtz, par le nombre de ses rayons mous à la dorsale, par la structure de ses écailles, semblerait devoir prendre place au milieu des nombreux Barbeaux africains du groupe du *Barbus bynni* Forskâl, mais le dernier rayon simple de la dorsale, non ossifié, en partie flexible, l'en distingue pour le rapprocher du groupe du *Barbus perince* Rüppell.

C'est donc une forme de transition intéressante qui montre une fois de plus l'extrême plasticité du genre *Barbus* si riche à l'heure actuelle en espèces africaines.

Ce Poisson présente néanmoins des rapports marqués avec le *Barbus micronema* Boulenger, (1) de la rivière Kribi ou Cameroun, au dernier rayon simple de la dorsale ossifié, rigide, à l'œil plus petit.

(1) Ann. Mag. nat. Hist., 7, XIII, 1904, p. 237.

3. *BARBUS ABLABES* Bleeker.

Quatre exemplaires. Marigot de Mamou.

Longueur $50 + 12 = 62$ à $54 + 14 = 68$ millimètres.

Décrite en 1863 par Bleeker, d'après deux spécimens de Dabo-Crom (Côte de l'Or) cette espèce a été retrouvée depuis au Libéria et au Gabon.

4. *BARBUS CAMPTACANTHUS* Bleeker, var. *COTTESI* Pellegrin.

Un exemplaire. Grandes Chûtes.

Longueur $58 + 19 = 77$ millimètres.

Ce Poisson décrit en même temps que le précédent, d'après des types de l'île de Fernando-Pô, a été rencontré depuis au Gabon et au Cameroun. Il remonte fort loin, au Nord, en Casamance, et même en Gambie et au Sénégal, d'après de Rochebrune.

La variété retrouvée par M. le Dr Wurtz et dédiée par moi (1) l'année dernière au capitaine Cottés, d'après deux spécimens de l'Ivindo, affluent de l'Ogôoué est caractérisée par une bande longitudinale noire.

D'après M. le Dr Wurtz, voici quelles sont les couleurs sur le vivant : une raie horizontale noire s'étend depuis le museau jusqu'à l'origine de la caudale. Le dos est brun vert, les flancs et le ventre or pâle. Les nageoires dorsale et caudale sont orange vif, les autres jaune sale. L'extrémité supérieure de la dorsale est marquée de noir. L'iris est orange.

Les nombres observés sur ce spécimen sont les suivants :

D. III 8 ; A. III 5 ; L. long. 23 ; L. tr. $\frac{3 \frac{1}{2}}{3 \frac{1}{2}}$;

2 écailles $1\frac{1}{2}$ entre la ligne latérale et la ventrale.

5. *BARBUS TRISPILUS* Bleeker.

Cinq exemplaires. Marigot de Mamou.

Longueur $46 + 14 = 60$ à $48 + 14 = 62$ millimètres.

Un exemplaire. Grandes Chûtes.

Longueur $77 + 20 = 97$ millimètres.

L'espèce a été décrite d'après des spécimens de Dabo-Crom (Côte de l'Or) ; elle a été aussi rapportée de Libéria, il n'est donc pas étonnant de la voir remonter jusqu'à la Guinée française.

(1) *Bull. Mus. Hist. nat.*, 1907, p. 320.

Voici d'après M. le Dr Wurtz les couleurs du spécimen pris aux Grandes Chûtes : le dos est noir vert, les flancs vert pâle avec trois petites taches noires, le ventre blanc. Les nageoires dorsale et caudale sont orange sale ; les pectorales et les ventrales jaunes.

6. BARBUS SALESSEI Pellegrin.

(Fig. 3.)

Barbus Salessei. PELLEGRIN, 1908. Bull. Mus. Hist. nat., p. 207.

La hauteur du corps est contenue 3 fois dans la longueur sans la caudale, la longueur de la tête 3 fois $1/2$. Le museau est arrondi, non proéminent, égalant le diamètre de l'œil, ainsi que l'espace interorbitaire et est contenu 3 fois $1/2$ environ dans la longueur de la tête. La bouche est petite, terminale, les lèvres peu développées ; il n'y a pas de barbillons. Les écailles, ornées d'une petite quantité de stries divergentes, sont au nombre de 22-23 en ligne longitudinale, $\frac{5}{3} \frac{1/2}{1/2}$ en ligne transversale, 1 $1/2$ entre la série de la ligne latérale et la ventrale, 9 autour du pédicule caudal. La ligne latérale incomplète ne s'étend antérieurement que sur 5 à 8 écailles. La dorsale possède 10 rayons dont 7 branchus ; le dernier rayon simple, non ossifié est aussi long que la tête ; le bord libre de la nageoire est à peine émarginé ; l'origine de la dorsale est située à égale distance du bout du museau et de la racine de la caudale. L'anale comprend 8 rayons dont 5 branchus ; ses plus longs rayons font les $2/3$ de la longueur de la tête et se terminent bien avant l'origine de la caudale. La pectorale pointue fait les $2/3$ de la longueur de la tête et n'atteint pas la ventrale qui commence à peine en avant de l'origine de la dorsale. Le pédicule caudal est 1 fois $1/2$ à 1 fois $3/4$ aussi long que haut. La caudale est fortement fourchue.

La teinte générale en alcool est jaunâtre avec une ligne longitudinale grisâtre mieux marquée postérieurement ; un petit point noir fort net se voit à l'origine de la caudale, un autre moins distinct en avant de la base de la dorsale ; les nageoires sont transparentes. Sur le vivant, d'après M. le Dr Wurtz, les flancs sont d'un beau rouge, les nageoires d'un bleu phosphorescent.

D. III 9; A. III 5; P. 13; V. 8; L. lat. 22-23; L. tr. $\frac{5}{3} \frac{1}{2}$
 N° 08-109. Coll. Mus. 4 exemplaires. — Marigot de Rotouma : Dr Wurtz.
 Longueur : $28 + 7 = 35$, $29 + 8 = 37$, $31 + 9 = 40$ et $33 + 11 = 44$ millim.

Je dédie cette curieuse petite espèce à M. Salesse, directeur du chemin de fer de Konakry qui a grandement facilité les récoltes ichtyologiques de M. le Dr Wurtz.

Ce *Barbus* minuscule qui appartient au groupe paradoxal des Barbillons sans barbillons, vient s'ajouter aux 8 espèces africaines déjà connues (1) et dont les premières décrites ont été le *Barbus pumilus* Boulenger 1901 et le *Barbus Brazzai* Pellegrin 1902 du Congo et de l'Ogôoué. Il est extrêmement voisin du *Barbus stigmatopygus* Boulenger (2) du Nil Blanc, mais en diffère par son corps plus élevé, son museau plus long, son œil plus petit, ses écailles un peu plus nombreuses en ligne transversale $\frac{5}{3} \frac{1}{2}$ au lieu de $\frac{3 \frac{1}{2} - 4 \frac{1}{2}}{2 \frac{1}{2} - 3 \frac{1}{2}}$.

7. BARILIUS STEINDACHNERI Pellegrin. (Fig. 4.)

Barilius Steindachneri PELLEGRIN 1908. Bull. Mus. Hist. nat., p. 208.

La hauteur du corps égale environ la longueur de la tête et est comprise 3 fois $\frac{3}{4}$ à 4 fois $\frac{1}{4}$ dans la longueur sans la caudale; le profil supérieur est très légèrement arrondi. Le museau égale environ l'espace interorbitaire et le diamètre de l'œil qui est contenu 3 fois $\frac{1}{2}$ à 3 fois $\frac{3}{4}$ dans la longueur de la tête. La bouche s'étend jusqu'au-dessous de la moitié postérieure de l'œil. Il n'y a pas de barbillons. La mandibule légèrement proéminente est terminée en pointe mousse; elle porte en-dessous des traces de tubercules nuptiaux ainsi que les côtés du museau. Les sous-orbitaires couvrent plus de la moitié de la joue. Les branchiospines sont courtes, au nombre de 9 à la base du premier arc branchial. On compte 38 à 40 écailles en ligne longitudinale, $\frac{7 \frac{1}{2}}{4 \frac{1}{2}}$ en ligne transversale, 2-2 $\frac{1}{2}$ entre la ligne latérale et la ventrale, 12 autour du pédicule caudal. La nageoire dorsale à 11 ou 12 rayons dont 8 ou 9 branchus, s'étend en arrière juste au niveau du début de l'anale et commence à égale distance du bord postérieur de l'œil et de la

(1) Cf. BOULENGER. *Ann. Mag. nat. Hist.*, 7, XX, 1907, p. 336.

(2) *Ann. Mag. nat. Hist.*, 7, XII, 1903, p. 533.

racine de la caudale ; ses rayons antérieurs les plus longs font les $\frac{2}{3}$ de la longueur de la tête. L'anale à 14 à 16 rayons dont 11 à 13 branchus, ne forme pas de lobe antérieurement ; ses plus longs rayons sont un peu inférieurs aux plus longs de la dorsale ; le bord libre de la nageoire est rectiligne. La pectorale pointue fait les $\frac{3}{4}$ ou les $\frac{4}{5}$ de la longueur de la tête et n'atteint pas la ventrale qui n'arrive pas à l'anus. Il existe une petite écaille à l'aisselle de la pectorale et de la ventrale. Le pédicule caudal est 1 fois $\frac{1}{2}$ à 1 fois $\frac{3}{4}$ aussi long que haut. La caudale est fortement fourchue.

La coloration en alcool est brun olivâtre sur le dos, argentée sur les côtés et sur le ventre avec sur les flancs 10 à 12 barres noires transversales. Elle est bien plus brillante encore sur le vivant comme l'indique M. le Dr Wurtz : le dos est vert olive, passant insensiblement au-dessous à l'orange pâle. Les flancs et le ventre sont d'un argenté étincelant, les barres des flancs d'un bleu acier vif. Toutes les nageoires sont orangées. La caudale orangée est brune à la base et aux extrémités.

D. III 8-9 ; A. III 11-13 ; P. 14-15 ; V. 9 ; L. long. 38-40 ; L. tr. $\frac{7}{4} \frac{1}{2}$.

N° 08-110 à 114. Coll. Mus. — Marigot de Mamou : Dr Wurtz.

Longueur : $65 + 17 = 82$, $65 + 17 = 82$, $72 + 18 = 90$, $72 + 18 = 90$ et $77 + 18 = 95$ millimètres.

Je me fais un plaisir de dédier cette jolie espèce au Dr Franz Steindachner, l'éminent directeur du Musée impérial d'histoire naturelle de Vienne, qui m'a fait le plus charmant accueil lors d'un récent séjour dans la capitale autrichienne et auquel la science est redevable de la connaissance de tant de Poissons curieux, particulièrement du Sénégal.

Ce *Barilius* se rapproche du *Barilius ubangiensis* Pellegrin (1) que j'ai fait connaître en 1901, d'après des spécimens de Banghi, sur l'Oubanghi, affluent du Congo, et qui a été retrouvé depuis en divers points du bassin du Congo et au Cameroun. Il s'en distingue par sa bouche plus grande, ses sous-orbitaires plus développés, son anale plus reculée et dépourvue de lobe antérieurement.

(1) *Bull. Mus. Hist. nat.*, 1901, p. 250.

Il est facilement séparable du *Barilius senegalensis* Steindachner (1), la seule espèce du genre habitant ces régions, par ses écailles beaucoup plus grandes (*B. Steindachneri* : L. long. 38-40. *B. senegalensis* : L. long. 59-63.)

Le *Barilius niloticus* Joannis qui habite non seulement le Nil, mais le Niger et dont les nombres sont analogues à ceux du Poisson décrit ici, s'en distingue par sa dorsale complètement en avant de la nageoire anale et par sa coloration différente.

Siluridæ.

8. CHRYSICHTHYS NIGRITA Cuvier et Valenciennes.

Trois exemplaires jeunes. Grandes Chûtes.

Longueur : $69 + 17 = 86$, $80 + 21 = 101$ et $90 + 22 = 112$ millimètres.

C'est un Poisson du Sénégal.

Cyprinodontidæ.

9. HAPLOCHILUS FASCIOLATUS Günther.

Cinq exemplaires. Grandes Chûtes.

Longueur de $20 + 4 = 24$ à $32 + 9 = 41$ millimètres.

Trois exemplaires. Marigot de Mamou.

Longueur de $29 + 7 = 36$ à $31 + 9 = 40$ millimètres.

Cette curieuse petite espèce habite la Sierra-Léone, et d'après Rochebrune, la Gambie et le Rio-Pongo.

Les chiffres indiqués par Günther (2) sont les suivants :

D. 11 ; A. 18 ; L. long. 28. Ceux relevés sur les individus mentionnés ici s'en écartent légèrement. D. 13 ; A. 15-17 ; L. long. 28-31.

Anabantidæ.

10. ANABAS KINGSLEYÆ Günther.

Un exemplaire. Grandes Chûtes.

Longueur $70 + 15 = 85$ millimètres.

Cette espèce décrite en 1896 (3) d'après des spécimens de l'Ogôoué, habite également le bassin du Congo et remonte au Nord jusqu'au Sénégal.

Suivant le Dr Wurtz, la coloration générale sur le vif est com-

(1) Sitz. Ak. Wiss. Wien., 1870, LXI (1), p. 564, pl. V. fig. 2.

(2) Cat. Fishes Brit. Mus., VI. 1866, p. 358.

(3) Ann. Mag. nat. Hist., 1896, p. 270, pl. XIII, fig. A.

plètement noire, le ventre est bronzé, la partie inférieure du museau bleu paon, l'iris marron.

Cichlidæ.

11. HEMICHROMIS FASCIATUS Peters.

Trois exemplaires. Grandes Chûtes.

Longueur $64 + 16 = 80$ à $99 + 23 = 122$ millimètres.

Ce Poisson est très commun dans tout l'ouest de l'Afrique depuis le Sénégal jusqu'au Congo. On le rencontre également dans le bassin du Chari (1).

M. le Dr Wurtz a noté les couleurs suivantes : le dos est noir, les flancs d'un vert métallique, le ventre est vert, bleu et or, les nageoires jaune sale. Sur les côtés existent 5 raies noires transversales justifiant l'épithète spécifique.

12. HEMICHROMIS BIMACULATUS Gill.

Trois exemplaires. Grandes Chûtes.

Longueur $62 + 16 = 78$, $68 + 17 = 85$ et $70 + 19 = 89$ millimètres.

L'habitat de ce Poisson est encore plus vaste que celui du précédent, puisqu'il se rencontre en Egypte, dans le nord de l'Afrique, au sud de l'Atlas et dans toute l'Afrique occidentale. Sa coloration, comme celle de la plupart des Cichlidés, est également très brillante sur le vivant : la teinte générale est brun olive avec deux taches noires sur le corps, l'une au milieu, l'autre à l'origine de la caudale. Une tache noire marque l'opercule qui est nuancé d'or, de vert et de jaune. Les nageoires sont jaune foncé, la pectorale grise, bordée de noir. L'iris est brun.

13. TILAPIA MELANOPLEURA A. Duméril.

Cinq exemplaires. Grandes Chûtes.

Longueur $60 + 15 = 75$, $92 + 23 = 115$, $96 + 29 = 125$, $100 + 30 = 130$ et $115 + 30 = 145$ millimètres.

Un exemplaire. Marigot de Mamou.

Longueur $185 + 50 = 235$ millimètres.

Ce *Tilapia* est aussi très commun et très largement distribué. Il habite du Sénégal au Congo, le Tchad et jusqu'au Chiré.

La coloration semble assez variable et cela dans la même localité. C'est ainsi que pour les individus provenant des Grandes

(1) Cf. Dr J. PELLEGRIN. Contribution à l'étude anatomique, biologique et taxinomique des Poissons de la famille des Cichlidés, 1904, p. 217.

Châtes, M. le Dr Wurtz a noté sur le plus petit : le dos vert bronzé, les flancs or vert, le ventre blanc et 5 ou 6 raies noires transversales. Ces barres sont particulières aux jeunes.

Chez les trois spécimens moyens : le dos est noir, les flancs or vert, le ventre blanc, mais il n'y a plus de raies transversales. Le museau est olive et vert brillant, l'iris jaune, la dorsale brune avec des taches jaunes, les autres nageoires grises.

Chez le plus grand exemplaire de teinte plus sombre : le dos et les flancs sont noir et ardoise, le ventre blanc sale, une tache lie de vin existe en avant des ventrales ; les nageoires sont noires, piquetées de bleu clair.

Chez tous ces spécimens, il y a une tache noire à la base des premiers rayons mous de la dorsale, mais elle disparaît le plus souvent chez les très gros individus.

Les phénomènes respiratoires et les corrélations physiologiques chez l'embryon d'oiseau

Par Etienne RABAUD

Les recherches embryologiques n'ont pas fréquemment pour objet les phénomènes de physiologie embryonnaire proprement dite. Ce sont des problèmes tout différents qu'aborde la mécanique du développement, problèmes du plus haut intérêt, nul ne le conteste, mais assez éloignés toutefois de l'étude des fonctions de l'organisme en voie de formation. La connaissance de ces fonctions n'est pas sans importance cependant, non seulement à un point de vue particulier, mais aussi au point de vue général des phénomènes fondamentaux de l'ontogénèse.

J'en ai eu récemment la preuve.

J'avais institué diverses expériences sur les embryons d'oiseau, dans le but de rechercher le rôle des agents mécaniques purs, intervenant au cours du développement.

Mes premiers essais n'ont nullement répondu au résultat que j'attendais, et j'aurais pu les taxer d'insuccès complets si ces insuccès mêmes ne m'avaient fourni d'intéressantes indications relatives aux phénomènes respiratoires et aux corrélations physiologiques chez l'embryon.

I. — La respiration de l'embryon avant l'apparition de l'aire vasculaire.

Tous les expérimentateurs qui ont voulu étudier la respiration de l'embryon en général, de l'embryon d'oiseau en particulier, se sont exclusivement cantonnés dans des recherches gazométriques. Leurs expériences n'avaient d'autre but que de savoir si l'œuf absorbait ou n'absorbait pas d'oxygène, s'il rejetait ou non de l'acide carbonique, s'il était capable de vivre dans une atmosphère confinée ou complètement dépourvue d'oxygène. Elles ne tentaient point d'établir quelles étaient les parties de l'embryon qui respiraient.

Tout se borne à des analyses de l'air d'une cloche où ont vécu des embryons déterminés ou à voir la manière dont se comportent les embryons placés dans de mauvaises conditions d'aération.

Pour ce qui est plus spécialement de l'œuf d'oiseau, les expé-

riences de Martin Saint-Ange et Baudrimont, de Gerlach, de Dareste et autres, ont montré que les œufs enduits d'un vernis imperméable ne se développaient pas. On a également mis en évidence que l'oxygène est distribué aux différentes parties du corps par l'intermédiaire des vaisseaux sanguins de l'aire vasculaire et de l'allantoïde. Mais, à ma connaissance, il n'a rien été fait touchant la respiration avant l'apparition du système circulatoire. C'est sur ce point qu'ont porté nos observations.

Cherchant à comprimer des embryons de poulet d'une façon permanente, je les recouvrais d'une lamelle de verre mince, taillée correctement au diamant et de dimensions suffisantes pour déborder l'ébauche du système nerveux dans tous les sens, sans atteindre cependant les limites périphériques de l'aire transparente. L'intervention a eu lieu soit au début de la formation de la gouttière médullaire, soit, un peu plus tard, au moment où apparaissent les vésicules cérébrales primitives et les évaginations rétiniennes. J'espérais que le développement continuant dans ces conditions, je pourrais me rendre compte des effets produits par la surcharge (1). Les œufs ainsi opérés étaient remis en incubation pour une nouvelle période de 24 à 48 heures, suivant le cas.

Le résultat ne fut nullement conforme aux prévisions. Je croyais obtenir des embryons normaux ou déformés, mais vivants, je n'ai obtenu que des embryons morts, partiellement ou complètement.

Était-ce là l'effet de la compression? une telle interprétation me paraissait difficilement acceptable, tant elle est contraire à l'ensemble des faits connus sur les effets des actions purement mécaniques en embryogénèse. Je me suis demandé, un instant, si le verre utilisé ne renfermait pas quelque substance toxique capable de tuer l'embryon. Mais la lamelle ne portait aucune trace d'altération; sa surface restait lisse. De plus, il n'était pas à croire que l'albumine soit un dissolvant assez puissant pour désagréger

(1) Je n'insiste pas ici sur le manuel opératoire relatif à l'ouverture de la coquille et à sa fermeture artificielle. Le procédé que j'ai utilisé est décrit dans le *Bulletin de la Société scientifique de Varsovie*, 1908. Les expériences elles-mêmes seront relatées ultérieurement dans *Archiv für Entwicklungsmechanik*.

le couvre-objet. Enfin, les modifications observées sur l'embryon étaient rigoureusement circonscrites aux dimensions de la lamelle. Suivant toutes probabilités, un noison dissout ne serait pas resté aussi bien localisé.

Éliminant l'hypothèse mécanique et celle d'une intoxication, j'ai songé à la privation d'air. L'interprétation était plausible, mais elle demandait un contrôle. On pouvait admettre, *a priori*, que si en privant d'air toute la surface de l'embryon on déterminait la mort, il suffisait cependant qu'une partie du corps fut laissée à découvert, pour que l'organisme tout entier reçut la quantité d'oxygène nécessaire. C'est pourquoi, comme je recherchais simplement l'effet de la compression portant sur la région céphalique, au niveau des trois vésicules cérébrales primitives, au lieu de placer la lamelle suivant la longueur de l'embryon, je la disposai transversalement, portant tout son effort sur l'extrémité céphalique. Le résultat fut tout à fait comparable au précédent, en ce sens que les parties recouvertes par la lamelle avaient à peu près complètement disparu. Par contre, le développement des parties non recouvertes n'avait subi aucune atteinte, l'aire vasculaire s'était formée, les vaisseaux renfermaient un sang normalement coloré, le cœur, au moins dans son segment postérieur, le tube médullaire, les segments primordiaux avaient nettement évolué. Il devenait évident que si la respiration était en cause, la transmission d'oxygène d'un segment quelconque à l'ensemble du corps ne s'effectuait pas. S'agissait-il bien de respiration? La démonstration restait à faire.

Où trouver une substance capable de laisser passer l'air en quantité suffisante pour satisfaire aux besoins de l'organisme embryonnaire? Après avoir imaginé des procédés, fort ingénieux peut-être, mais tous également impraticables, j'en suis venu au procédé le plus simple et d'une application tout à fait facile : remplacer le verre par un fragment de coquille. Puisque, en effet, la coquille laisse normalement filtrer l'air nécessaire à l'embryon, il y avait lieu de penser que, même au contact presque immédiat de l'embryon, elle conservait cette propriété. J'ai donc découpé des morceaux de coquille, de telle sorte que leur poids fut au moins égal à celui de la lamelle de verre. L'identité des poids était

indispensable pour permettre de se rendre compte si les faits observés dépendaient ou non de l'action mécanique. Si celle-ci jouait un rôle prépondérant, la perméabilité ou l'imperméabilité de la substance recouvrant ne devait point modifier les résultats.

Or, la différence des résultats fut extrêmement sensible : les embryons recouverts par un fragment de coquille continuent à vivre, et à vivre dans des conditions satisfaisantes ; ils vivent et se développent.

La compression est véritablement sans effet, le phénomène respiratoire paraît bien être, au contraire, seul en cause.

Toutefois les divers embryons soumis à l'expérience ne sont pas identiques entre eux. Tantôt ces embryons, quoique en bon état, sont manifestement d'un volume inférieur à la moyenne, tantôt ils sont entièrement normaux. Il n'a pas été possible d'établir les conditions relatives à chacune de ces deux éventualités. Je me suis demandé si l'intimité du contact entre la coquille et l'embryon ne jouait pas un rôle important. On peut supposer, en effet, que l'absence d'une couche d'air entre l'embryon et les enveloppes extérieures empêche une répartition égale de l'oxygène et nuit, par conséquent, au bon aller de la respiration. Or, il semble que le contact entre le fragment de coquille et l'embryon est assez variable. Parfois ce fragment adhère à la membrane vitelline avec une assez grande force ; parfois l'adhésion est assez faible, une très mince couche d'albumine s'interposant entre la membrane vitelline et le fragment de coquille. L'extrême adhérence ne serait-elle pas l'un des facteurs de l'atrophie constatée ? Je ne saurais me prononcer.

D'autres facteurs entrent d'ailleurs en jeu. La coquille présente des différences d'un œuf à l'autre ; elle est plus ou moins épaisse, plus ou moins dense, opposant ainsi à la filtration de l'air un obstacle d'importance variable. Ces qualités de la coquille sont difficilement appréciables et je ne me crois pas autorisé à émettre un avis ferme, pour l'instant tout au moins. Au demeurant, le fait principal est tout entier contenu dans la comparaison entre les embryons placés sous lamelle de verre pratiquement imperméable et les embryons placés sous coquille perméable. Chargés d'un poids égal, les embryons meurent et se

désagrègent dans le premier cas ; ils survivent et se développent dans le second : les gouttières se transforment en tubes clos, l'axe nerveux s'infléchit et l'embryon se retourne sur le côté gauche. Parfois la vie est un peu précaire, mais elle ne cesse pas ; l'opposition est frappante entre les deux séries d'expériences. Il en ressort nettement cette conclusion que l'embryon emprunte l'oxygène à l'air ambiant directement, par ses moyens propres, sans l'intermédiaire du jaune ou de toute autre partie du contenu de l'œuf.

C'est là une conclusion globale. Les expériences permettent de pousser plus loin l'analyse.

J'ai noté tout à l'heure, en y insistant, que l'effet de la substance recouvrante restait toujours strictement localisé à la partie recouverte. Cela signifie, me semble-t-il, que chaque région du corps respire pour son compte, ne recevant aucune aide des régions voisines. Et il ne s'agit pas ici de régions naturelles ni de grande étendue. Au point de vue qui nous occupe, la « région » peut-être aussi restreinte que l'on voudra, se réduire à un seul élément cellulaire. Tout porte à croire que dans les débuts de la vie embryonnaire, jusqu'à la mise en train de la circulation, c'est chaque cellule qui emprunte directement et séparément à l'air intérieur l'oxygène dont elle a besoin ; elle paraît n'emprunter que pour les besoins de sa consommation particulière.

II. Les corrélations physiologiques.

S'il en était autrement, comment s'expliquerait-on l'atrophie, la désagrégation totale des parties recouvertes, alors que tout le reste de l'organisme se développe normalement ?

Or, c'est un fait constant. Les embryons recouverts d'une lamelle de verre disparaissent entièrement, tandis que tout autour l'aire vasculaire poursuit son évolution, que les vaisseaux se disposent en réseau et se remplissent de globules colorés.

L'asphyxie détermine un blastoderme sans embryon par atrophie secondaire ; bien plus même, elle détermine un de ces anidiens zonaux si bien étudiés par Jan Tur. Mon excellent ami et confrère a démontré, par l'étude cytologique, que ces anidiens zonaux provenaient de la destruction pathologique des régions

centrales du blastoderme s'effectuant en même temps que l'aire vasculaire continue de croître. Mes résultats expérimentaux cadrent avec les faits spontanés et leur apportent un appui, s'il est nécessaire. On doit donc considérer comme actuellement bien établi que la disparition de l'aire embryonnaire n'entraîne nullement celle de l'aire vasculaire ; celle-ci possède une véritable indépendance vis-à-vis de celle-là. La réciproque n'est probablement pas vraie, au moins à partir du stade à 14 ou 17 protovertèbres, car l'on ne conçoit guère un embryon de cet âge sans vaisseaux pour assurer sa nutrition. Un rapport physiologique étroit, mais unilatéral, unit évidemment l'embryon aux vaisseaux blastodermiques.

Des faits du même genre ne sont pas limités aux relations des parties centrales et des parties périphériques. Il existe une indépendance aussi remarquable entre les diverses parties du corps. Ainsi, lorsque la lamelle de verre recouvre exclusivement la région céphalique, celle-ci s'atrophie et disparaît. Mais les parties situées en arrière poursuivent leur évolution d'une façon parfaitement normale. Du moins, l'examen *in toto* ne m'a montré aucune différence dans l'aspect général entre ces parties et les parties correspondantes des embryons entiers du même âge. Si donc les parties non recouvertes ne fournissent aucune substance nutritive aux parties recouvertes, inversement, la disparition de ces derniers n'apporte aucune entrave à la vie des premières. L'absence de lien physiologique à ces phases initiales de la vie est aussi complète que possible ; l'indépendance est, à ce point de vue, parfaite entre les régions diverses du corps.

Est-ce à dire qu'il n'y ait vraiment aucun lien entre les diverses ébauches ? les corrélations physiologiques se confondent-elles avec les corrélations embryonnaires proprement dites ? Je n'irai pas aussi loin. Entre les phénomènes intimes qui assurent la nutrition des tissus de l'embryon et ceux qui assurent à chaque ébauche sa place et son importance relative, la différence est certainement fondamentale ; les deux phénomènes ne se confondent à aucun titre. Au début de la vie embryonnaire les corrélations purement physiologiques par les voies habituelles, par le système circulatoire en première ligne, ne sont pas

encore établies ; les observations que je viens de relater montrent qu'il n'est pas de fonction suppléante assurant une distribution des matériaux nutritifs à chaque élément du corps. Ceux-ci travaillent isolément ; en particulier, la respiration est une respiration locale pour des besoins strictement locaux.

Mais il ne s'ensuit pas qu'il n'y ait aucun retentissement d'une ébauche sur l'autre ; ce retentissement ne comporte pas un échange de matériaux ; il est d'un autre ordre. Il s'établit par l'intermédiaire des divers milieux internes qui se multiplient progressivement en fonction les uns des autres, et qui déterminent à la fois le mode de nutrition et le mode d'activité des éléments des tissus primordiaux. Ces milieux créent les différenciations quant à leur nature et leur importance, mais ils ne constituent pas un lien physiologique, ils ne président pas à la répartition des substances nutritives.

On connaît aussi, on soupçonne tout au moins, des actions directes d'une ébauche sur une autre sans que l'on sache exactement quel est l'agent de cette action. De toute façon, on doit admettre, dans l'état actuel de nos connaissances, que ces corrélations embryonnaires ne sont pas nécessairement bilatérales ; dans certains cas une ébauche est dominante, l'autre dominée.

Ainsi s'établit, en dehors des relations physiologiques, un équilibre stable d'où résulte la forme générale d'un organisme donné. Dans quelle mesure la disparition d'une partie du corps retentit-elle sur les parties qui persistent ? on ne saurait le dire. Nous constatons simplement sur des embryons jeunes, l'indépendance physiologique. Les phénomènes n'ont pas été suivis assez longtemps pour constater autre chose ; les processus histogéniques et organogéniques n'ont pas été analysés d'assez près pour que l'on connaisse l'étendue du retentissement que peut avoir la perte de certaines ébauches sur l'état de certaines autres. Des recherches expérimentales de longue haleine, suivies d'examen microscopique d'embryons de divers âges seraient absolument nécessaires pour élucider la question dans toute son ampleur. Ces recherches valent d'être entreprises ; cette simple note en est la courte préface.

A propos de cette communication, *M. Jan Tur*, de Varsovie, fait remarquer que les expériences de *M. Et. Rabaud* constituent une contribution très importante à nos connaissances des phénomènes de la respiration embryonnaire, qui, jusqu'ici, n'ont été étudiés que d'une façon tout à fait insuffisante, surtout dans les stades jeunes chez les Vertébrés supérieurs. La sensibilité extrême des jeunes germes vis-à-vis des changements, même si strictement localisés, dans les échanges respiratoires peut nous expliquer aussi quelques phénomènes que l'on pourrait être tenté d'attribuer à une action mécanique. *M. Tur* rappelle ses observations sur les germes d'oiseaux, frappés d'un « arrêt de développement » vrai à un stade très précoce de la segmentation, malgré une incubation de 48 heures. Il s'agit des œufs à deux jaunes dont les germes, qui se trouvent parfois exactement en contact, appliqués l'un sur l'autre par les masses vitellines, sont exposés à subir cet arrêt indubitable (un des exemples assez rares d'un « arrêt de développement » véritable !). On pouvait invoquer ici l'action de la pression purement mécanique : après les expériences de *M. Et. Rabaud*, il est tout à fait préférable d'admettre plutôt un phénomène d'asphyxie, l'action tératogène de la pression devenant de plus en plus problématique en présence des faits tératogéniques étudiés de près et sans idées préconçues.

Sur quelques traits de la Biologie des Récifs Coralliens

Par Ch. GRAVIER

I

Parmi les êtres inférieurs que les naturalistes désignaient, — et non sans quelque raison, — sous le nom de Zoophytes ou Animaux-Plantes, il en est un grand nombre dont les tissus produisent du calcaire. Un des groupes les plus importants à divers points de vue de ces Zoophytes calcigènes, est celui des Polypes coralliaires, dont les colonies forment, dans les mers chaudes, d'immenses masses qui, se tenant au voisinage de la surface, causent des obstacles sérieux à la navigation ; ces récifs créés par des êtres vivants, ont attiré depuis longtemps l'attention des marins et des hydrographes.

En biologie, il est peu de questions qui, autant que celle des récifs coralliens, se présentent sous des aspects aussi divers et fassent appel à des ordres aussi variés de connaissances. Sans compter les problèmes de physique et de chimie qu'elle soulève, la question des récifs intéresse en effet : la zoologie, parce que les principaux constructeurs de ces gigantesques amas de calcaire sous-marin sont des animaux ; la botanique, parce que certaines Algues sont les auxiliaires très actifs des précédents et que, de plus, d'autres Thallophytes jouent un rôle inverse en minant les Polypiers ; la géologie et la paléontologie, parce qu'il a existé des récifs coralliens à différentes périodes depuis l'époque primaire et sous des latitudes beaucoup plus étendues que de nos jours ; la physique du globe, parce que l'histoire des récifs se relie intimement à celle du relief sous-marin et de ses oscillations.

Tous ceux qui ont parcouru quelque partie de nos côtes de la Manche ou de l'Atlantique, à marée basse, ont certainement aperçu, fixées dans le sable ou sur les rochers, des Actinies ou Anémones de mer, ainsi appelées à cause de la couronne de tentacules qui fait ressembler ces animaux à des fleurs.

Les Polypes coralliaires ont une structure très semblable à celle des Actinies, et présentent comme elles une symétrie hexamère. Ils s'en distinguent par deux caractères essentiels : 1° tandis que chez les Actinies, le polype ou zoïde issu de l'œuf reste isolé, celui des Polypes coralliaires, après s'être fixé au point où s'écoulera toute son existence, se multiplie activement par bourgeonnement ou par scissiparité, de façon à constituer des colonies très variées, de formes et de dimensions ; 2° ils produisent un squelette calcaire ou *polypier*. Celui-ci présente à sa surface, de petites cavités cylindriques ou *calices*, dans lesquelles se logent les polypes. Sur la paroi des calices, s'insèrent des cloisons calcaires rayonnantes ou *septes*, de diverses grandeurs, qui ne s'avancent pas jusqu'à l'axe et forment plusieurs cycles ; chacun de ces cycles comprend un nombre de cloisons égal à 6 ou à un multiple de 6 ; les septes sont souvent réunis entre eux par de petites poutrelles transversales. L'axe du calice, chez nombre d'espèces, est marqué par une colonne calcaire à laquelle peuvent se souder plus ou moins complètement, par leur bord libre interne, les plus grands des septes. Il existe parfois, tout autour de cette tige axiale, d'autres colonnes plus petites dont la position est liée à celle des cycles des septes.

Les polypes ou zoïdes forment une mince couche vivante, comme une délicate gelée, à la surface du polypier qu'ils ont secrété et *auquel ils demeurent extérieurs*, à la façon d'un gant qui recouvre la main. Tantôt comme chez les *Porites*, les calices sont soudés directement entre eux et sont alors polyédriques ; tantôt comme chez les *Cæloria*, ils se fusionnent partiellement et les côtes saillantes formées par la soudure des calices sont séparées par des dépressions tortueuses ou vallées calicinales, dans lesquelles débouchent les polypes de ces polypiers méandri-formes ; tantôt enfin, comme chez les *Madrepora*, les calices sont plus ou moins éloignés les uns des autres et, dans ce cas, les intervalles sont généralement comblés par du calcaire de remplissage qu'on appelle le *cœnenchyme*. Sur ce dernier, s'étend également une couche vivante en continuité avec les polypes qui sont ainsi tous en communication les uns avec les autres, grâce à ce tissu de connexion et aussi, chez beaucoup d'espèces, grâce à des canaux spéciaux du cœnenchyme.

II

Le fait qui domine toute la biologie des Polypes coralliaires, c'est la surprenante facilité avec laquelle ils s'adaptent, en se modifiant plus ou moins profondément, aux conditions changeantes du milieu. En dépit de leur apparence, quoique le squelette semble leur imposer une forme fixée d'une manière rigide, ce sont les animaux les plus *plastiques* que l'on puisse imaginer.

Considérons, par exemple, les *Madrepora*. Presque toutes les espèces de ce genre ont une forme arborescente. C'est le cas, en particulier, du *Madrepora Scherzeriana* Brügg., qui vit dans la mer Rouge et qui, normalement, a l'aspect d'un buisson à ramifications régulièrement disposées. Lorsque la même espèce se développe dans une eau violemment et constamment agitée, elle prend un facies très différent. Au lieu de longues branches terminées chacune par un zoïde apical dominant, il se constitue une masse épaisse, comprimée, composée de petits groupes de polypes symétriques entourés par d'autres, asymétriques ; chaque groupe, dont le territoire est bien délimité, représente une branche d'un type fortement condensé. Entre ces colonies compactes, à paroi calicinale très épaisse, avec des ramifications indiquées seulement par de légères saillies sur la surface générale, et celles du type habituel, on peut trouver tous les intermédiaires. D'ailleurs, tout polype coralliaire qui s'établit dans une eau très fortement secouée, tend toujours à fonder une colonie compacte, de façon à offrir le minimum de surface et en même temps le maximum de résistance à l'action des vagues, les espèces qui prennent d'ordinaire le type globuleux comme beaucoup de *Porites* et d'*Astrées* sont, pour ainsi dire, naturellement adaptées à cet habitat.

La plupart des coraux des récifs ont, pour la même espèce, une forme d'eau profonde et une forme de surface, une forme d'eau calme et une forme d'eau agitée.

Les formes d'eau calme et peu profonde sont très poreuses et par conséquent très fragiles ; leurs branches sont longues et grêles ; toutes leurs ramifications sont d'une grande délicatesse ; celles des parties profondes sont encore plus légèrement calci-

fiées ; elles sont, en outre, peu ramifiées ; elles forment parfois des tiges cylindriques avec des branches latérales très courtes ou même absentes.

Par opposition, les formes d'eau agitée, constamment exposées à subir des dommages, sont arrondies ou aplaties ; leur structure est plus compacte et plus dense ; leurs calices, plus courts, à paroi plus épaisse, tendent à affleurer à la surface. Ces modifications provoquées par des causes mécaniques évidentes, sont caractéristiques des *formes de résistance* des Madrépores et des autres genres arborescents. Les recherches de Hallez ont montré qu'il se produit des transformations analogues chez les Polypes hydriques et chez les Bryozoaires. On a souvent répété, dans les ouvrages classiques de Zoologie et de Géologie, que le lieu d'élection des Polypes coralliaires est le bord du récif battu sans cesse par le ressac. Cette affirmation est inexacte ; en réalité, la partie du récif qui est exposée au maximum de mouvement du flux et du reflux est comparativement morte, comme on peut le voir, par exemple, sur la ligne de haut fond du récif du Laclochetterie, à Obock ; on n'y trouve que des colonies adaptées à ces rudes conditions d'existence. Sans doute, les Polypes coralliaires se développent d'une façon luxuriante sur le talus en pente douce des atolls, à une faible profondeur, où l'eau est encore agitée ; mais il y a une grande différence entre cet habitat et la ligne de ressac du récif.

III

Pour vivre dans de bonnes conditions, les Polypes coralliaires ont besoin d'une eau parfaitement limpide. Rien ne leur est plus funeste qu'une eau chargée de sédiments ; les particules en suspension pénétrant dans la cavité de leur corps, la comblent plus ou moins rapidement ; les fonctions vitales s'éteignent graduellement. Si la sédimentation est abondante et dure quelque temps, les colonies les plus actives, les plus robustes ne tardent pas à mourir ; si elle est légère et surtout intermittente, les polypes peuvent parfois résister et alors la colonie se transforme pour lutter contre les conditions défavorables de l'ambiance.

Ce sont alors les calices qui fournissent cependant les éléments

les plus stables, les plus précieux pour la spécification, qui se modifient ; ils se rapetissent pour réduire au minimum la quantité de boue qui tend à s'introduire dans les zoïdes ; ils deviennent généralement plus saillants au-dessus de la surface générale ; en même temps, la surface du cœnenchyme se sculpte pour loger les corpuscules solides qui tombent sur la colonie. Toutes ces dispositions ont pour résultat de défendre celle-ci contre l'action pernicieuse du milieu et reculer en tous cas l'échéance fatale.

Chez les formes globuleuses comme les Porites et les Astrées, les polypes du sommet directement exposés à l'influence malfaisante des dépôts de sédiment, sont fréquemment tués à un stade plus ou moins précoce de l'évolution de la colonie ; celle-ci tend à prendre une forme aplatie. Fréquemment, à cause de ce dépérissement des zoïdes apicaux et par suite des nécroses qui se produisent çà et là sur des îlots plus ou moins étendus, la croissance devient irrégulière et donne lieu à des colonies rabougries et déformées. Dans les mêmes cas, les calices de la partie inférieure, soustraits par leur position à l'invasion des sédiments, conservent leurs caractères normaux et se montrent très différents de ceux du sommet ; le contraste est très frappant chez des colonies de *Siderastrea radians* (Pallas) que j'ai recueillies en 1906, sur la plage boueuse de Bella Vista, au nord de l'île portugaise de San Thomé (Golfe de Guinée).

IV

Les Polypes coralliaires, examinés en place dans les récifs, offrent des teintes diverses d'une grande fraîcheur de ton. Mais leur coloration présente, chez la même espèce, des variations considérables dont nous ignorons presque entièrement les causes. La plupart des coraux de profondeur sont incolores ou faiblement teintés ; ceux qui luttent péniblement contre des influences désavantageuses, qui s'acheminent lentement vers la mort, sont, au contraire, fortement pigmentés. Il n'est pas rare de trouver des coraux qui, vivant apparemment dans les mêmes conditions de milieu — autant du moins que nous en pouvons juger, côte à côte, par exemple, dans une de ces dépressions qui forment de petites mares à mer basse — sont les uns bruns, les autres jaunes,

les autres pourpres, les autres violets ; ils sont identiques par tous leurs autres caractères et nous les rapportons, par suite, à la même espèce.

Une colonie peut ne pas avoir la même coloration dans toute son étendue, lorsqu'elle a atteint une grande taille ; les polypes des *Astrées* peuvent, par exemple, être d'un vert très vif à la partie supérieure, alors que ceux des côtés sont bruns et ceux de la base, incolores ou presque.

Bien que l'ectoderme des Polypes coralliaires contienne des cellules pigmentaires, Duerden, auteur de forts beaux travaux sur ces animaux, affirme que la coloration de beaucoup de Madréporaires ne leur appartiendrait pas en propre, mais serait due à des algues parasites ou commensales ; le degré d'accumulation de ces cellules végétales serait en rapport direct avec l'intensité de la coloration. La question se trouverait déplacée, mais non résolue.

V

Entre les polypes constituant une même colonie, il existe une sympathie vraiment curieuse. Ces animaux sont fixés au sol, incapables de se déplacer, par conséquent ; mais leur protoplasme est sensible comme celui des autres animaux et il réagit contre les excitations venues de l'extérieur. Comme l'a dit très justement F.-W. Jones, à qui l'on doit de très ingénieuses observations sur ces Zoophytes « the corals are an impressionable and responsive class of animals. » Si l'on pique un polype en un point quelconque de la colonie, il se rétracte lentement et son mouvement est suivi par ceux du voisinage ; la zone affectée est d'autant plus grande que l'excitation a été plus forte. C'est seulement quelques heures après que ces polypes s'épanouissent à nouveau et que la colonie reprend son aspect habituel.

Quand, par accident, un certain nombre de polypes se trouvent détruits, si la lésion n'est pas trop étendue, immédiatement les polypes voisins de la région mutilée, surexcités dans leur activité, prolifèrent abondamment de façon à jeter un pont vivant sur la partie détruite. Lorsque certains Mollusques perforants se fixent sur les coraux des récifs, les polypes situés près du point occupé et restés indemnes, bourgeonnent activement comme pour enve-

lopper l'hôte importun ; autour de celui-ci qui, de son côté, creuse dans la masse du polypier, il se constitue une loge qui résulte ainsi de la collaboration des polypes et du parasite.

Les Annélides tubicoles percent très fréquemment leurs galeries à travers la masse des polypiers dont certains en sont littéralement criblés ; la solidité de la colonie s'en trouve singulièrement diminuée ; par compensation, les polypes construisent autour de chaque tube un fourreau calcaire de renforcement, ce qui donne un aspect spécial à certaines colonies.

Chez les *Madrepora*, c'est le zoïde du sommet de chaque branche, à calice symétrique, qui a bourgeonné tous les autres situés au-dessous de lui, dont les uns sont à calice symétrique comme lui et donnent naissance aux branches latérales, tandis que les autres, à calice asymétrique, ne se multiplient pas. Lorsque l'extrémité d'une branche est brisée, c'est l'un des zoïdes symétriques latéraux, voisin de la cassure, qui se substitue au zoïde apical pour continuer la croissance de la branche correspondante.

VI

Les coraux des récifs sont rivos pour toute leur existence au point où les circonstances ont provoqué la fixation de la larve qui est devenue le polype fondateur de la colonie ; ils ne peuvent se soustraire aux conditions variables du milieu, aux changements saisonniers dans la direction et l'intensité des courants, par exemple. Lorsque la larve a terminé sa vie pélagique, elle se développe suivant un type adapté à l'ambiance. Mais le milieu peut se modifier : une eau jusque-là très limpide peut être souillée par les sédiments ; par suite de tassements ou d'éboulements dans le récif, une colonie qui a vécu dans une eau tranquille, peut se trouver exposée à la violence des flots. Le type primitif de croissance ne répond plus à ces nouvelles conditions défavorables. La colonie végète alors au lieu de prospérer, tout en conservant le même faciès ; mais s'il se produit un accident, la continuité est interrompue ; alors les polypes de nouvelle formation abandonnent le premier type et s'adaptent aux nouvelles conditions. Si, par exemple, un *Madrépore* arborescent s'est développé normalement dans des eaux calmes et peu profondes, qu'il soit mutilé par

l'eau devenue soudain très agitée, il ne produit plus que des branches courtes et trapues, plus résistantes; si, d'ailleurs, les conditions redevenaient meilleures, ces branches condensées sont toutes prêtes à se continuer en rameaux allongés, grâce à l'intervention des zoïdes apicaux, dont l'énergie en quelque sorte potentielle, peut devenir actuelle lorsque les circonstances favorables sont réalisées.

Tandis que chez les animaux supérieurs, on peut affirmer que le jeune, en grandissant, deviendra semblable à ses procréateurs, il n'en est pas ainsi chez les Polypes coralliaires. On ne peut pas dire, par exemple, qu'un Polype de *Madrepora* issu d'une colonie arborescente donnera naissance à une colonie de même facies; tout dépend des conditions de milieu. Si, au début, la jeune colonie prend le même type de croissance que celle dont elle provient, elle peut se modifier d'aspect lorsque les conditions primitives viennent à changer ou s'il se produit, après accident, des régénérations dans une ambiance différente de celle dans laquelle la colonie a vécu en premier lieu. D'autre part, les calices eux-mêmes, le cœnenchyme, la coloration, ne présentent pas plus de constance que l'architecture de la colonie.

Rien ne reste donc fixe chez les polypiers, ce qui rend fort difficile la détermination de ces colonies. D'une manière générale, la spécification, pour être valide, exige un sens critique très sûr et impose souvent de longues recherches; bien des soi-disant naturalistes, qui ne le soupçonnent pas, parlent avec un certain dédain — dû à l'ignorance du sujet — des travaux de taxonomie; ils sont, d'ailleurs, généralement incapables d'identifier l'animal ou la plante qu'ils ont débité en coupes minces suivant les trois directions de l'espace. La détermination générique et spécifique des polypiers est particulièrement malaisée à cause de leur polymorphisme dépendant des conditions de milieu. On a réduit notablement, depuis que l'on a quelques notions sur la biologie de ces « Zoophytes », le nombre des espèces décrites par les anciens auteurs et qui n'étaient que les différentes facies d'une même espèce. On ne peut conserver aucun doute à ce sujet: beaucoup d'espèces de nos musées ne sont que de simples variétés végétatives. Pour offrir quelque sécurité, l'étude taxonomique

des polypiers ne peut être faite que sur des séries de spécimens de la même forme; il est presque impossible de déterminer un fragment isolé d'une colonie sur laquelle on n'a aucun renseignement biologique.

L'étude attentive de ces animaux n'en est pas moins éminemment instructive; l'examen approfondi d'une colonie permet, dans bien des cas, de savoir dans quelles conditions elle s'est développée, parce qu'elle raconte elle-même son histoire par l'ensemble de ses caractères.

Dans les eaux calmes et peu profondes des récifs, il n'est pas rare de trouver des spécimens gigantesques d'Astrées massives hémisphériques, d'un mètre et plus de diamètre, à calices distincts, de contour polygonal. Ces coraux sont formés dans toute leur épaisseur par les calices qui sont juxtaposés comme les colonnes de basalte, telles que celles qu'on peut voir aux orgues d'Espaly, près du Puy, par exemple. Les prismes calicinaux creux sont divisés par des cloisons transversales marquant les étapes de la croissance des polypes qui les ont construits. On est porté à croire que cette masse calcaire représente les restes accumulés des générations passées; ce sont, en réalité, les squelettes successifs des polypes qui s'épanouissent à la surface où ils ne constituent qu'une très mince couche. Dans les régions chaudes où vivent ces animaux, à cause de la haute température qui y règne, il n'existe pas de période de vie ralentie comme dans les pays tempérés ou froids; tout se passe comme si les zoïdes ne connaissaient ni le temps de la vigueur juvénile, ni la période d'état de la vie adulte, ni le déclin sénile. Chez un *Madrepora*, le zoïde fondateur de la colonie prospère jusqu'à la mort ou plutôt jusqu'à ce qu'un accident l'atteigne. L'âge de quelques-uns de ces zoïdes, pères de colonies de plusieurs mètres de diamètre — comme on en peut voir au British Museum de Londres (South Kensington), provenant du Grand Récif-barrière d'Australie — doit être considérable, étant donné la lenteur de croissance de ces êtres; cependant, dans ces coraux immenses, vieux de plusieurs siècles probablement, le polype fondateur de la colonie, comme doué d'une perpétuelle jeunesse, est toujours florissant, malgré son antiquité!

VII

Maintenant que nous connaissons les traits les plus caractéristiques de la biologie des colonies de Polypes coralliaires considérées isolément, nous pouvons jeter un coup d'œil sur la biologie des récifs qu'elles constituent dans leur groupement.

Pour se développer en récifs, les Polypes coralliaires exigent plusieurs conditions du milieu ambiant : 1° la température de l'eau ne doit pas descendre au-dessous de 20° centigrades environ ; 2° l'eau doit être limpide, bien aérée ; 3° ces animaux ne peuvent prospérer au-delà d'une certaine profondeur dont la limite sera précisée plus loin.

La condition de température entraîne la localisation des récifs dans les contrées tropicales ; il n'y a guère d'exception à signaler, que celle des Bermudes situées vers le 32° degré de latitude nord, dans l'Atlantique ; elle s'explique par ce fait que ces îles sont baignées par le Gulf Stream.

Rien pour un zoologiste n'est plus curieux ni plus intéressant à observer qu'un récif en pleine activité, comme ceux qu'on peut voir dans le sud de la Mer Rouge. La chose est d'autant plus facile que la transparence parfaite des eaux, dans ces régions, permet de voir les moindres détails du fond jusqu'à 7 et 8 mètres de profondeur. On ne peut songer à donner une idée de l'élégance et de la variété de forme, de la richesse et de la fraîcheur de teinte de ces colonies de Polypes coralliaires violettes, jaunes, roses, vertes, brunes ; autour de ces édifices calcaires animés, fourmillent des commensaux, notamment des Poissons aux colorations les plus chaudes et les plus étonnantes, d'immenses Anémones de mer ayant parfois 20 centimètres et plus de diamètre ; çà et là, on aperçoit quelques grands Bénitiers entrebaillant leurs coquilles dont les bords festonnés sont recouverts par le manteau si délicieusement décoré, ou bien de gigantesques Holothuries, sortes de boudins longs de 60 à 80 centimètres, larges de 7 à 8, étendues paresseusement sur le sable. On sent qu'il se dépense là une activité considérable ; c'est là qu'il faut aller pour comprendre la puissance de la vie dans la nature actuelle ; ce que nous voyons dans nos régions n'est que misère à côté de l'exubérance des récifs. On devine qu'il y a dans cette immense et

luxuriante ruche, encore beaucoup plus d'êtres vivants qu'on en aperçoit ; en effet, dans les anfractuosités de toutes sortes et de toutes dimensions des récifs de coraux, grouille tout un monde extrêmement varié de parasites et de commensaux, sans compter les innombrables organismes perceurs qui creusent leurs galeries dans la masse calcaire des Polypes coralliaires les plus prospères. L'observation d'un de ces récifs sous le beau ciel des tropiques, est un spectacle inoubliable pour un naturaliste.

VIII

La température joue certainement un rôle important dans la biologie des Polypes coralliaires, puisqu'on ne constate l'existence des récifs que dans la zone torride. Si l'on n'est pas fixé sur la limite inférieure de température au-dessous de laquelle ces animaux ne pourraient vivre, on sait, en revanche, qu'un certain nombre d'entre eux résistent fort bien à des températures élevées. Il y a des colonies qui, sur les parties hautes des récifs, supportent chaque jour l'action directe du soleil de plomb de ces contrées, pendant toute la durée de l'émersion à marée basse. Sur la Larque qui me servait à l'exploration des récifs du golfe de Tadjourah, j'ai souvent gardé à sec, pendant plusieurs heures, des spécimens variés qui reprenaient toute leur vitalité et s'épanouissaient à nouveau, lorsque, arrivé à terre, je les remplaçais dans l'eau de mer du rivage. Sur les parties des récifs qui s'assèchent à mer basse, il existe fréquemment de petites mares où la température s'élève parfois très haut à la fin de la marée. Stanley Gardiner, aux Maldives, a observé jusqu'à 133° Fahrenheit (56° centigrades environ) dans plusieurs de ces flaques où les coraux se développent parfaitement. J'ai constaté des faits du même ordre à l'îlot des Chèvres, au nord de San Thomé (Golfe de Guinée) en 1906. Durant le temps d'exposition directe au soleil, ou lorsque la température de l'eau s'élève sensiblement au-dessus de la moyenne, les polypes se rétractent généralement à l'intérieur de leur calice.

L'un des facteurs les plus importants pour les Polypes coralliaires qui jouent le rôle le plus actif dans la construction des récifs, c'est la lumière. On sait aujourd'hui que ces polypes sont

remplis d'Algues de très faibles dimensions, qui doivent constituer le fond de leur nourriture. Il faut, pour atteindre ces Algues à qui elles sont nécessaires, que les radiations solaires traversent les tissus des zoïdes et, par suite, la couche d'eau qui les surmonte. Une lumière intense est nécessaire, et les radiations efficaces ne pénètrent guère au-delà de 15 à 20 brasses (la brasse mesure 1^m828). C'est seulement dans ces limites de profondeur, que s'épanouissent dans toute leur puissance les Polypes coralliaires que l'on doit considérer comme les principaux constructeurs des récifs.

On croyait autrefois, d'après J. Murray, que les coraux des récifs puisaient leur nourriture dans les organismes pélagiques de très petite taille formant le *plankton*, fort abondants pensait-on, dans les mers tropicales. En réalité, la faune microscopique de la surface dans les mers de la zone torride, n'a pas la richesse qu'on lui attribuait. C'est A. Krämer qui, après son étude des formations coralliennes des îles Samoa, fit le premier remarquer que le plankton du Pacifique tropical est relativement pauvre. J'ai observé la même chose dans le golfe d'Aden, dépendance de l'Océan indien. Les pêches au filet fin ne donnent rien pendant le jour, parce que les organismes fuient alors les couches superficielles exposées directement à l'action du soleil ; les pêches nocturnes sont plus fructueuses, mais contiennent une foule d'êtres qui ne peuvent servir à la nourriture des coraux. Stanley Gardnier a examiné le contenu de la cavité digestive de Polypes coralliaires variés ; il n'y trouva que très rarement quelques traces d'animaux ; le plus souvent, il n'y découvrit rien autre que des Algues commensales.

Certains coraux des récifs comme les *Cænoposammia*, les *Dendrophyllia*, possèdent des pigments dont les propriétés rappellent celles de la chlorophylle, car ils absorbent les rayons violets et ultra-violets du spectre solaire. Il est probable, comme l'a fait remarquer S. Hickson, que ces pigments ont un rôle physiologique ; mais on se sait rien de positif à ce sujet.

De l'ensemble des observations faites jusqu'ici, il semble bien que la limite de profondeur à laquelle peuvent croître dans de bonnes conditions les Polypes véritablement constructeurs des

récifs (Porites, Astrées, Madrépores, etc.), soit de 20 à 25 brasses. La puissance de développement s'accroît jusqu'à ce qu'on arrive dans la zone qui est située à une profondeur comprise entre 3 et 6 brasses ; Quoy et Gaymard ont été les premiers à signaler ce fait qui fut contesté plus tard et sans raison par Lyell. C'est dans ces limites de faible profondeur qu'on recueille les plus beaux exemplaires de Madrépores, de Porites, d'Astrées, de Méandrinae, etc.

Il y a une seconde sorte de coraux qui peuvent vivre dans les récifs, près de la surface, mais qui prospèrent beaucoup mieux à des profondeurs comprises entre 30 et 50 brasses. Les plus importants de tous ces Coraux de profondeur moyenne, sont les *Dendrophyllia*. Le *D. ramea* Mich. qui est d'un vert velouté profond, forme, d'après Stanley Gardiner, de véritables bosquets très denses, dans presque tous les passages, à l'intérieur des bancs dans les Maldives, à des profondeurs variant de 15 à 45 brasses. Les branches principales de cette forme rameuse ont jusqu'à près de 2 mètres de longueur et jusqu'à 12 centimètres de diamètre. Dans le même groupe se range un Alcyonaire classé parmi les Coraux des récifs, c'est l'*Helipora caerulea* Blv., dont le squelette est d'un beau bleu qui lui a valu son nom spécifique. On peut citer encore à ce point de vue les *Goniopora* et certains *Millepora*.

Il existe enfin des coraux vivant à une profondeur beaucoup plus considérable et qui ne forment pas de récifs au sens habituel du mot, mais des bancs de grande étendue qui peuvent avoir joué un rôle dans l'édification ultérieure des récifs tels que nous nous les représentons d'ordinaire. L'un de ces bancs découverts dans l'Atlantique est le « Coral Patch » qui, presque plan, s'étend sur une grande surface, à la profondeur de 435 brasses (près de 800 mètres) et qui est entouré par des précipices de 550 à 800 brasses. Il est couvert de *Lophohelia prolifera* Edw. et H. parfaitement vivants. Un autre de ces bancs est à 86 brasses et un troisième à 49 brasses, avec des à-pic de 100 à 300 brasses. Stanley Gardiner est porté à croire que beaucoup de récifs des Maldives peuvent avoir pour soubassements de tels bancs de *Lophohelia*, qui se seraient peu à peu élevés assez haut pour

permettre le développement des coraux de moyenne profondeur comme les *Dendrophyllia* et les *Heliopora* ; puis, quand ceux-ci se seraient suffisamment rapprochés de la surface, auraient commencé à s'établir les récifs actuels sous leur forme typique. Pareille hypothèse avait déjà été émise sous diverses formes.

IX

Les récifs donnent asile à une foule de commensaux et de parasites de tout ordre et de toute taille. Les plus intéressants à considérer ici, sont les organismes *perceurs* et ceux qu'on peut appeler les *mangeurs de sable*.

Les organismes perceurs sont, les uns végétaux, les autres animaux. L'action des uns et des autres est, bien entendu, destructrice des polypiers. Ils percent les coraux ; ils évident le squelette ; ils affaiblissent la colonie qui se brise sous son propre poids ou qui est démolie par les mouvements de la mer. En outre, la perforation, une fois commencée, ouvre la porte à une foule d'animaux de même habitat qui ne tendent généralement qu'à agrandir les cavités creusées par les premiers et, enfin, elle favorise singulièrement l'action dissolvante de l'eau de mer et l'érosion produite par les courants.

Parmi les Champignons perceurs, il faut citer une Saprolognée du genre *Achlya*, dont on a reconnu les ravages jusque dans les coraux datant du Dévonien. En ce qui concerne les Algues, on peut mentionner des formes apparentées aux *Gomontia* et aux *Ostreobium* qui attaquent les coquilles sur nos côtes.

Les animaux perceurs sont des plus nombreux. Un des plus actifs est une éponge du genre *Clione*, voisine de celle qui attaque les huîtres de nos parcs et leur donne la maladie dite du « pain d'épices ». Comme les *Achlya*, les Cliones poussent leurs ramifications très fines et très serrées dans toutes les parties mortes. Par elles-mêmes, elles ne causent probablement pas de dépérissement immédiat de la colonie, mais elles montrent le chemin aux autres organismes perceurs qui ne sont pas longs à suivre. Rien ou à peu près n'est connu de leur biologie et de leur mode de croissance.

Au nombre des Mollusques perforants, il faut citer les Lithodomes qui creusent des trous de 12 à 13 millimètres de diamètre et parfois de 30 centimètres et plus de longueur. Souvent, une colonie est toute criblée de ces trous qui sont tous parallèles entre eux ; il est extrêmement rare qu'ils communiquent l'un avec l'autre. Ces Lamellibranches s'attaquent aussi bien aux formes branchues qu'aux massives.

Les Géphyriens de la famille des Sipunculides sont particulièrement nombreux dans les Polypiers qui croissent à l'intérieur des lagons des atolls. Ils pratiquent des trous à section circulaire ramifiés dans toutes les directions à travers la masse des polypiers. On ignore le mécanisme de cette opération ; à l'état vivant, l'animal ne paraît sécréter aucun liquide à réaction acide.

Les Annélides Polychètes sont les plus importants perceurs de polypiers. Toutes les masses de coraux sont sillonnées par leurs tubes courbés, tordus en tous sens. On doit les regarder comme les plus actifs briseurs de coraux. Parmi eux, les Euniciens, après avoir traversé tout le calcaire, pénètrent jusque dans les tissus des polypes. Les Serpuliens sont extrêmement répandus partout.

Certains Cirripèdes du genre *Lithotrya* criblent littéralement certains Polypiers.

Le procédé opératoire de tous ces animaux est-il mécanique ou chimique, ou les deux à la fois ? Il est impossible de répondre actuellement à cette question.

Beaucoup d'animaux vivent dans le sable des récifs pour y trouver leur nourriture. Ils brisent les petits fragments de rocs ou de coraux morts, les réduisent en poussière, ce sont les principaux facteurs de la production de la boue. Les couches de sable d'un banc passent à travers leur corps bien des fois et sont rejetées à la surface à l'état de plus fines particules.

Dans son ouvrage sur la formation de la terre arable (*Vegetable Mould and Earthworms*,) Darwin estime qu'il passe annuellement 10 tonnes de terre par acre (40 ares, 46) à travers le corps des Vers de terre qui y vivent. Comme dans les récifs, il n'y a ni hiver, ni sécheresse, ni froid, que l'activité y est toujours aussi grande, Stanley Gardiner croit que l'action des organismes

mangeurs de sable y est au moins 50 fois plus forte que celle des Lombrics dans le sol arable.

Les plus importants des mangeurs de sable sont les Holothuries qui présentent cette particularité anatomique, en rapport sans doute avec leur genre de vie, d'avoir un sillon cilié dans l'intestin. Ces animaux ont la singulière habitude de rejeter fréquemment leur tube digestif qu'ils régénèrent d'ailleurs facilement ; peut-être ce rejet a-t-il pour but de débarrasser l'animal de sables très grossiers qui ne pourraient pas être évacués par la voie normale. On peut encore citer parmi les mangeurs de sable, les Oursins et les Balanoglosses.

Avec le flot et les tempêtes, beaucoup de matières fines passent en suspension dans l'eau et rien n'est plus désastreux pour les Polypes coralliaires que les sédiments, c'est leur plus mortel ennemi. Après une tempête, il arrive fréquemment que des parties importantes des récifs sont complètement envasées et frappées de mort par les particules solides mises en circulation par les vagues déferlant sur le récif.

Un récif exposé à l'action de la mer peut être comparé à une sorte d'éponge, à une série de cavités réunies entre elles par des canaux. Les espaces vides se bouchent graduellement et en partie de sables provenant des propres débris des coraux ; mais ils sont surtout comblés par les Algues calcaires de la famille des *Lithothamniées* et par des Foraminifères du genre *Polytrema*, qui soudent les éléments du sable et les roches ; ces organismes jouent un rôle de haute importance dans l'édification des récifs. Lorsque les cavités sont complètement closes par eux, il n'y a plus pratiquement de circulation d'eau à leur intérieur : l'action des organismes perceurs est fortement diminuée. D'ailleurs, si la croissance du récif est vigoureuse, l'influence des organismes perceurs est presque négligeable, les polypes n'étant pas gravement affaiblis ; mais si les conditions sont défavorables, des masses entières de coraux peuvent tomber sous la plus légère surcharge ; ces masses, par la solution et la redéposition du calcaire, donnent de grands blocs sans structure.

On ne sait malheureusement que fort peu de chose sur la vitesse et le mode de croissance des *Lithothamniées*. A 10 ou

15 brasses, on trouve assez fréquemment des masses de ces algues ayant parfois près d'un mètre de diamètre, avec, au centre, quelque polypier ou quelque autre organisme qu'elles ont tué en l'enveloppant. Presque partout, ces Algues croissent à la base des polypiers. Stanley Gardiner leur attribue une importance de tout premier ordre ; il incline même à croire que si les récifs ne peuvent pas se former dans les régions tempérées, cela tient, en grande partie, à l'incapacité, pour les Algues constructrices, de vivre et de prospérer à des températures autres que celles des régions chaudes du globe ; ces végétaux réclament aussi une lumière forte et directe et une telle lumière est encore efficace à des profondeurs considérables dans les mers tropicales.

X

La formation d'un récif soulève des problèmes extrêmement complexes, à cause du nombre et de la variété des organismes qui y prennent part. La vitesse de croissance de beaucoup de récifs paraît être très faible. On a sur ce sujet des données assez nombreuses, souvent contradictoires, dont beaucoup n'ont qu'une valeur toute relative.

Une difficulté presque insurmontable réside dans la nécessité de déterminer la vitesse de croissance des coraux à différentes profondeurs ; nous n'avons sur ce point que des renseignements tout à fait insuffisants pour ceux de la surface. Il n'y a pas de lois fixes pour les diverses espèces et même pour les genres ; d'ailleurs, la vitesse est affectée dans chaque cas par l'ambiance. En outre, comme l'a bien mis en évidence le Dr F. Jousseume, il doit se produire des tassements, puisque les polypiers les plus grêles et les plus fragiles sont ceux de la profondeur et que la compacité et par suite la densité des colonies s'accroissent à mesure qu'on se rapproche de la surface.

Malgré toutes les incertitudes qui règnent encore à ce point de vue, il paraît incontestable que les récifs s'accroissent en hauteur avec une extrême lenteur. D'après Dana, l'élévation ne dépasserait pas 1 m. 50 en un millier d'années. Cette estimation paraît être bien au-dessous de la vérité, d'après les travaux les plus récents. Considérant les facteurs variés qui entrent en jeu et

notamment le fait que la croissance est plus lente au début, lorsque le récif commence à se former, et à la fin, lorsqu'il approche de la surface, il semble probable à Stanley Gardiner que sur un banc situé à une quarantaine de mètres de profondeur, il peut s'établir en un millier d'années et même moins, un récif qui affleure à la surface, par le développement simultané des Polypes coralliaires et des Algues calcaires qui fournissent en quelque sorte le ciment de l'édifice.

En somme, le récif nous apparaît comme un immense organisme très complexe dont les diverses parties n'ont pas la même vitalité ; il s'accroît par le calcaire que secrètent sans cesse les myriades de Polypes des colonies qui le constituent, ainsi que les Algues calcaires et les Foraminifères ; en même temps, miné de toutes parts, criblé par les perceurs, mortifié çà et là par la sédimentation, la mer le redissout constamment aussi. C'est de la balance de ces deux facteurs, accroissement d'une part, ablation de l'autre, que résulte en quelque sorte l'équilibre, ce qu'on pourrait appeler le bilan du récif. Cet équilibre subit, comme on le pense, bien des vicissitudes ; il suffit d'un violent coup de mer, d'un cyclone pour le troubler profondément.

On s'est préoccupé surtout jusqu'à maintenant de vérifier l'ingénieuse théorie de Darwin concernant les mouvements de l'écorce terrestre dans les régions où se développent les récifs. Les nombreuses et fructueuses croisières d'Alexandre Agassiz qui, à l'heure actuelle, a visité tous les principaux récifs du globe, ont montré que, contrairement à l'opinion de l'illustre naturaliste anglais, il y a presque partout soulèvement et non affaissement du sol là où croissent les Polypes coralliaires. Il est vrai que les observations de Darwin à ce point de vue furent limitées à une partie de Tahiti, à l'atoll Keeling et à la côte occidentale de Maurice ; son séjour sur les récifs fut de courte durée, aux deux premières stations surtout.

Le nombre des questions à résoudre s'est accru à mesure que nos connaissances se sont enrichies, grâce aux explorations faites dans ces vingt dernières années. Le moment est venu de faire des recherches biologiques sur place ; on l'a parfaitement compris dans les récentes expéditions, notamment dans celles de Krämer

aux Samoa, de Stanley Gardiner à Funafuti, à Rotuma, aux Fiji, aux Laquedives et aux Maldives, de F. W. Jones à l'atoll Keeling, etc., et aussi dans les expériences que poursuit actuellement T. Wayland Vaughan (du National Museum de Washington) au Laboratoire Carnegie à Dry Tortugas, au sud de la Floride. Nous sommes encore très ignorants en ce qui concerne la biologie des récifs coralliens ; il y a une ample moisson de faits — qu'il faudra ensuite coordonner — à recueillir dans les études locales approfondies des formations coralliennes qui constituent l'un des plus grands phénomènes de la nature actuelle. Les travaux hydrographiques mis à part, la France, malgré l'étendue de son domaine colonial dans la zone torride, n'a participé jusqu'ici que dans une mesure extrêmement restreinte au mouvement d'investigation suscité par la question des récifs de coraux, d'un intérêt véritablement passionnant pour les naturalistes.

TABLE DES MATIÈRES DU FASCICULE III-IV

	Pages
Extraits des comptes-rendus des séances	101
G. Perrin. — Notice sur Aimé Laussedat.	103
Gaston Tarry. — Les Constellations arithmétiques.	107
P. Mahler. — Examen de Houille de Lorraine	111
M. Marage. — Développement du Périmètre thoracique chez les enfants.	114
Docteur Jacques Pellegrin. — Sur une collection de Poissons recueillie par M. le Dr Wurtz en Guinée française	122
Etienne Rabaud. — Les Phénomènes respiratoires et les Corrélations physiologiques chez l'embryon d'oiseau.	136
Ch. Gravier. — Sur quelques traits de la Biologie des Récifs Coralliens	144

LE PRIX DES TIRÉS A PART EST FIXÉ AINSI QU'IL SUIT :

	25 ex.	50 ex.	75 ex.	100 ex.	150 ex.	200 ex.	250 ex.
Une feuille	4.50	5.85	7.20	8.10	10.60	12.85	14.85
Trois quarts de feuille.	4 »	5 »	6.10	7 »	9 »	10.60	12.15
Une demi-feuille	3.15	4 »	5 »	5.60	7.20	8.10	9 »
Un quart de feuille	2.70	3.60	4.25	4.75	5.60	6.30	8.85
Un huitième de feuille.	2 »	2.70	3.15	3.60	4.05	4.50	5 »
Plusieurs feuilles	4 »	5.40	6.30	7.20	9 »	11.70	14 »

PUBLICATIONS DE LA SOCIÉTÉ PHILOMATHIQUE

1 ^{re} série : 1789-1805.	3 volumes in-4°
2 ^e série : 1807-1813.	3 volumes in-4°
3 ^e série : 1814-1826.	13 fascicules in-4°
4 ^e série : 1832-1833.	2 volumes in-4°
5 ^e série : 1836-1863.	28 fascicules in-4°
6 ^e série : 1864-1876.	13 fascicules in-8°
7 ^e série : 1877-1888.	11 volumes in-8°

Chaque année pour les Membres de la Société.	5 francs
— pour le public.	12 francs

Mémoires originaux publiés par la Société Philomathique

À L'OCCASION DU

CENTENAIRE DE SA FONDATION

1788-1888

Le recueil des mémoires originaux publié par la Société philomathique à l'occasion du centenaire de sa fondation (1788-1888) forme un volume in-4° de 437 pages, accompagné de nombreuses figures dans le texte et de 24 planches. Les travaux qu'il contient sont dus, *pour les sciences physiques et mathématiques*, à : MM. Désiré André ; E. Becquerel, de l'Institut ; Bertrand, secrétaire perpétuel de l'Institut ; Bouty ; Bourgeois ; Descloizeaux, de l'Institut ; Fouret ; Gernez ; Hardy ; Haton de la Goupillière, de l'Institut ; Laisant ; Laussedat ; Léauté, de l'Institut ; Mannheim ; Moutier ; Peligot, de l'Institut ; Pellat. *Pour les sciences naturelles*, à : MM. Alix ; Bureau ; Bouvier, de l'Institut ; Chatin, de l'Institut ; Drake, de Castillo ; Duchartre, de l'Institut ; H. Filhol, de l'Institut ; Franchet ; Grandidier, de l'Institut ; Henneguy ; Milne Edwards, de l'Institut ; Mocquard ; Poirier ; A. de Quatrefages, de l'Institut ; G. Roze ; L. Vaillant.

En vente au prix de 35 francs

AU SIÈGE DE LA SOCIÉTÉ, A LA SORBONNE

BULLETIN
DE LA
SOCIÉTÉ PHILOMATHIQUE
DE PARIS
FONDÉE EN 1788

NEUVIÈME SÉRIE — TOME XI

N^o 5-6

1908

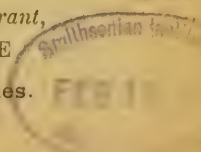
PARIS
AU SIEGE DE LA SOCIÉTÉ PHILOMATHIQUE DE PARIS
A LA SORBONNE

1908



Le Secrétaire-Gérant,
H. COUTIÈRE

Le Bulletin paraît par livraisons bimestrielles.



COMPOSITION DU BUREAU POUR 1908

Président : M. LÉCAILLON, 28, rue Berthollet.

Vice-président : M. R. PERRIN, 80, rue de Grenelle.

Trésorier : M. RABAUD, 3, rue Vauquelin.

Secrétaire des séances : M. WINTER, 44, rue Saint-Placide.

Vice-secrétaire des séances : M. LEBON, 4 *bis*, rue des Ecoles.

Secrétaire du bulletin : M. COUTIÈRE, 12, rue Notre-Dame-des-Champs.

Vice-secrétaire du bulletin : M. NEUVILLE, 55, rue de Buffon.

Archiviste : M. HENNEGUY, 9, rue Thénard.

La Société Philomatique de Paris se réunit les 2^e et 4^e Samedis de chaque mois, à 8 h. 1/2, à la Sorbonne (salle de travail des Etudiants).

Les membres de la Société ont le droit d'emprunter des livres à la Bibliothèque de l'Université. Ils ont également droit, sur leur demande, à 50 tirages à part gratuits des Mémoires qu'ils publient dans le Bulletin.

Pour le paiement des cotisations et l'achat des publications, s'adresser à M. VÉZINAUD, à la Sorbonne, place de la Sorbonne, Paris, V^e.

Extraits des Comptes rendus des Séances

Séance du 25 juillet 1908

PRÉSIDENTE DE M. LEBON

M. Tarry donne une solution, plus simple que celles déjà connues, d'un problème de récréation mathématique.

M. Deschamps indique un procédé graphique de représentation des phénomènes à plus de 3 variables, procédé qui se rattache aux méthodes de la géométrie à quatre dimensions.

Séance du 24 octobre 1908

PRÉSIDENTE DE M. LÉCAILLON

Le 47^e Congrès des Sociétés savantes se tiendra à Rennes le 13 avril 1909.

M. Lebon fait une communication sur la multiplication et la division de polynômes entiers représentés symboliquement.

M. Rabaud signale des variations brusques qu'il a observées dans des capitules de *Bellis perennis*. Cette communication donne lieu à un échange d'observations entre divers membres de la Société.

M. Coutière expose quelques résultats de la « Percy Sladen Trust Expedition » qui a exploré l'Océan Indien en 1905.

Séance du 14 novembre 1908

PRÉSIDENTE DE M. LÉCAILLON

M. le Président rappelle l'élection à l'Académie des Sciences de M. Henneguy, l'un des membres de la Société les plus assidus. Par l'organe de son président, l'assemblée adresse ses félicitations au nouvel académicien.

M. Guieysse signale le cas d'un œuf de souris présentant deux embryons.

M. Chapelon fait une communication sur l'application d'un lemme d'Abel à certaines intégrales définies.

Séance du 28 novembre 1908

PRÉSIDENCE DE M. LÉCAILLON

M. le Président a le regret d'annoncer à la Société le décès d'Albert Gaudry, dont il retrace brièvement la vie et les travaux :

Messieurs et chers Confrères,

J'ai le profond regret de vous annoncer le décès de notre confrère M. le Professeur Albert Gaudry. M. Gaudry appartenait à notre Société depuis près de quarante-huit ans (il y entra en 1861).

Professeur de Paléontologie au Museum d'Histoire naturelle pendant de longues années, Membre de l'Académie des sciences, il laisse de nombreux travaux de paléontologie qui lui ont fait, depuis longtemps, une brillante renommée dans le monde savant tout entier. Je vous citerai parmi ses principaux ouvrages : *Les Vertébrés miocènes de l'Attique* (1867), les *Animaux fossiles du Mont Luberon* (1875) et surtout son grand travail portant comme titre *Les Enchaînements du monde animal* qui parut en trois volumes, de 1878 à 1890. En 1896, il publia un autre ouvrage, *Essai de Paléontologie philosophique*, où il exposa ses principes en matière d'évolution des animaux fossiles.

Depuis assez longtemps, M. Gaudry ne fréquentait plus guère les séances de la Société philomathique, mais il lui restait cependant très cordialement attaché. En 1903, au banquet annuel de notre Société, M. Gaudry, alors président de l'Académie des sciences, tint à se trouver parmi nous, et dans la touchante allocution qu'il prononça au dessert, il nous rappela qu'il conservait toujours de la Société philomathique, « un affectueux, un charmant souvenir ».

Messieurs et chers confrères, je suis sûr d'être votre interprète à tous en envoyant, au nom de la Société philomathique, un souvenir ému à l'éminent savant, à l'aimable confrère qui vient de terminer sa longue et si brillante carrière.

M. le Président fait part à la Société de l'élection à l'Académie des Sciences de M. Bouty, à qui il adresse les félicitations de l'assemblée.

M. Rabaud expose ses observations sur les Pompiles, et signale les notables variations de l'instinct prédateur relevées dans la même espèce.

M. Lebon indique un procédé rapide de décomposition de certains grands nombres en deux facteurs.

M. Laisant présente quelques observations sur la psychologie du calcul mental.

Séance du 12 décembre 1908

PRÉSIDENCE DE M. LÉCAILLON

Le Président annonce que l'un des prix Nobel a été accordé à M. Lippmann, à qui il adresse les félicitations de la Société.

M. Lebon lit son rapport sur la candidature de M. A. Gérardin comme membre correspondant dans la première section.

Il est ensuite procédé au vote. M. Gérardin est élu à l'unanimité des membres présents.

M. Matignon fait une communication sur une loi de constance de la variation d'entropie, dans les systèmes monovariants.

Multiplication et Division

de Polynomes entiers représentés symboliquement

par Ernest LEBON

Soit un polynome entier en x , les exposants $\alpha, \beta, \gamma \dots$ de x étant rangés en ordre décroissant.

J'appellerai *forme* un tel polynome.

La forme

$$F = x^\alpha + x^\beta + x^\gamma + \dots$$

sera écrite symboliquement

$$F = (\alpha \ \beta \ \gamma \dots)$$

La forme

$$F' = x^\alpha + 3 x^\beta + 4 x^\gamma$$

sera écrite symboliquement

$$F' = (\alpha \ \beta \ \beta \ \beta \ \gamma \ \gamma \ \gamma \ \gamma)$$

ou

$$F' = (\alpha \ \underset{3}{\beta} \ \underset{4}{\gamma})$$

Si les formes F et F' renferment des termes négatifs, elles seront écrites symboliquement en mettant le signe — au-dessus de l'exposant de chaque terme négatif.

Ainsi la forme

$$F_1 = (x^\alpha - x^\beta + x^\gamma - x^\delta)$$

s'écrit symboliquement

$$F_1 = (\alpha \ \overline{\beta} \ \gamma \ \overline{\delta})$$

La forme F ou F_1 est dite *complète* lorsqu'elle renferme tous les exposants de α à 0.

De même la forme

$$F'_1 = (x^\alpha - 3 x^\beta - 4 x^\gamma)$$

s'écrit symboliquement

$$F'_1 = (\alpha \ \overline{\beta} \ \overline{\beta} \ \overline{\beta} \ \overline{\gamma} \ \overline{\gamma} \ \overline{\gamma} \ \overline{\gamma})$$

ou

$$F'_1 = (\alpha \ \underset{3}{\overline{\beta}} \ \underset{4}{\overline{\gamma}})$$

Les formes F' et F'_1 peuvent être écrites sous la forme d'une somme algébrique de formes F et F_1 :

$$F' = (\alpha \beta \gamma) + (\beta \gamma) + (\beta \gamma) + (\gamma);$$

$$F'_1 = (\alpha \overline{\beta} \overline{\gamma}) + (\overline{\beta} \overline{\gamma}) + (\overline{\beta} \overline{\gamma}) + (\overline{\gamma}),$$

$$F'_1 = (\alpha \overline{\beta} \overline{\gamma}) - (\beta \gamma) - (\beta \gamma) - (\gamma);$$

Lorsqu'une des formes précédentes contient une ou plusieurs suites d'au moins trois termes dont les exposants sont consécutifs, on écrira symboliquement une telle suite en réunissant par cet arc $\smile$ leurs exposants; en mettant ce trait — au-dessus de de l'ensemble réuni par l'arc $\smile$, si tous les termes de la suite sont négatifs.

Ainsi on aura

$$14 \ 11 \ 10 \ 9 \ \overline{7 \smile 0}$$

pour représenter le polynome

$$x^{14} + x^{11} + x^{10} + x^9 + x^7 - x^6 - x^5 - x^4 - x^3 - x^2 - x^1 + 1.$$

La multiplication et la division de deux formes F , F' , F_1 , F'_1 l'une par l'autre se font avec plus de facilité et de rapidité quand la notation est symbolique que si elle est explicite.

Pour la division, on peut souvent faire les réductions *par paquets* de termes.

Soit à diviser la forme

$$27 \ 13 \ 12 \ 10 \smile 6 \ 4 \ 3 \ 0$$

par la forme

$$10 \smile 0$$

On a :

$$\begin{array}{r|l} 27 \ 13 \ 12 \ 10 \smile 6 \ 4 \ 3 \ 0 & 10 \smile 0 \\ \hline 26 \smile 17 \ 16 & 17 \ 16 \ 6 \ 5 \ 3 \ 1 \ 0 \\ 15 \smile 6 \ 5 & \\ 11 \ 10 \smile 1 & \end{array}$$

On pourra faire la comparaison en prenant les exemples suivants :

1^0

$$F' = (21 \ 19 \sim 14 \ 12 \ 10 \sim 0) + (7 \sim 3)$$

divisé par

$$F = 7 \sim 0.$$

 2^0

$$F'_1 = (9 \ 8 \ \overline{4}) - (6 \sim 0) - (5 \sim 1) - (4 \sim 2) - (3)$$

divisé par

$$F = 5 \ \overline{4 \sim 0}.$$

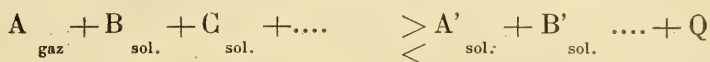
Variation de la Chaleur de réaction

dans les systèmes monovariants formés

par un gaz et des solides

par Camille MATIGNON

Considérons les réactions réversibles du type suivant :



dans lesquelles n'interviennent qu'un seul gaz A et un nombre quelconque de corps solides B, C... A', B'... Toutes ces réactions constituent des systèmes monovariants, dans lesquels correspond à chaque température une pression d'équilibre (1).

Les courbes de dissociation de toutes ces réactions forment dans le plan un réseau de courbes homologues engendrées à partir de l'une quelconque d'entre elles, par la relation

$$\frac{T_1}{T_2} = C^{\text{te}}$$

T_1 et T_2 étant les températures absolues où les deux systèmes 1 et 2 ont la même pression de dissociation.

D'autre part, si l'on désigne par Q_1 et Q_2 les chaleurs de réaction pour les deux systèmes aux deux températures correspondantes T_1 et T_2 , on a également

$$\frac{Q_1}{T_1} = \frac{Q_2}{T_2}$$

$$\text{d'où} \quad \frac{Q_1}{Q_2} = \frac{T_1}{T_2} = C^{\text{te}}$$

Si T'_1 et T'_2 sont encore deux températures où les deux systèmes ont encore une même pression, différente de la précédente, et Q'_1 Q'_2 des chaleurs correspondantes, on a toujours :

$$\frac{Q'_1}{Q'_2} = \frac{T'_1}{T'_2} = C^{\text{te}}$$

(1). Matignon. Annales de Chimie et Phys. 1908. [8]. T. 14, p. 5.

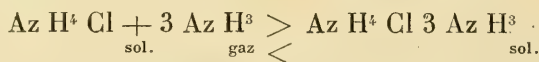
On en déduit par suite

$$\frac{Q'_1 - Q_1}{Q_1} = \frac{Q'_2 - Q_2}{Q_2}$$

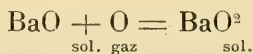
En appelant températures correspondantes les températures pour lesquelles les deux systèmes 1 et 2 ont la même pression de dissociation ⁽¹⁾, on peut donc énoncer la loi suivante :

Entre deux températures correspondantes, la variation relative de la chaleur de réaction est une quantité constante et indépendante du système considéré, pourvu, bien entendu, qu'il réponde aux conditions imposées plus haut.

Par exemple, M. Troost ⁽²⁾ a déterminé les pressions de dissociation du système



et M. Le Chatelier ⁽³⁾ a effectué les mêmes déterminations sur cet autre système.



On déduit de leurs mesures qu'à 252°8 et 266°2 absolus, le chlorhydrate d'ammoniaque ammoniacal possède des tensions de 300 et 700 mm., tandis le bioxyde de baryum atteint ces mêmes pressions aux températures absolues de 1016° et 1065°5. Les températures

252°8	1016°
266°2	1065°5

sont donc des températures correspondantes pour les deux systèmes considérés.

Par conséquent, la variation relative de la chaleur d'oxydation de la baryte anhydre entre 1016° et 1065°5 est la même que celle de la chaleur de combinaison du chlorhydrate d'ammoniaque ammoniacal entre les températures de 252°8 et 266°2.

(1). Il ne faut pas les confondre avec les températures [correspondantes de Van der Vals.

(2). Comptes Rendus, t. LXXXVIII. p. 580.

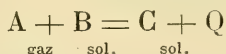
(3). Comptes Rendus, t. CXV, p. 654.

De cette loi résulte évidemment cette conséquence que la variation de la chaleur de réaction s'effectue dans le même sens pour tous ces systèmes.

On conçoit par suite, comme je l'ai déjà dit (1), toute l'importance qui s'attache à l'étude approfondie d'un système répondant aux conditions imposées plus haut, courbes de dissociation, chaleur de réaction à toutes les températures, puisque, ces faits acquis, la connaissance d'un seul point de la courbe de dissociation d'un autre système permettra de déterminer pour chaque température la pression de dissociation et la chaleur de réaction.

En attendant que j'entreprenne cette étude qui nécessite l'emploi d'appareils permettant d'étudier les chaleurs spécifiques à température élevée, j'ai voulu, dans une étude préliminaire, fixer au moins le sens dans lequel varie la chaleur de réaction de semblables systèmes.

Plaçons-nous dans un cas simple, celui où nous avons seulement un gaz et deux solides ; à la température T nous avons :



à une température T', on aura une nouvelle chaleur de réaction Q'. Entre Q et Q' nous aurons la relation

$$Q = -(C_a + C_b) (T' - T) + C_c (T' - T) + Q'$$

$$Q' - Q = (C_a + C_b - C_c) (T' - T)$$

C_a, C_b et C_c désignent les chaleurs spécifiques moyennes des corps A, B et C entre les températures T' et T. Si nous admettons que T' est supérieur à T, on voit que Q' sera supérieur ou inférieur à Q suivant le signe de l'expression

$$C_a + C_b - C_c$$

Il est facile de montrer que cette expression est négative en prenant un cas particulier.

Soit par exemple la réaction



(1). Annales Chim. et Phys. [8], T. 14, p. 20, 1908.

On a, d'après Baud, comme chaleur spécifique moléculaire

$$\text{Al Cl}^3 \text{ 6 Az H}^3 \text{ sol. } 94.2$$

$$\text{Al Cl}^3 \text{ 9 Az H}^3 \text{ sol. } 128.75$$

et pour Az H³ gazeux 9.64 d'après Regnault.
soit pour 3 Az H³ gazeux 28.92.

L'expression $C_a + C_b - C_c$ est alors égale à 5.65 ; elle est négative, donc la chaleur de réaction du système monovariant diminue quand la température augmente, tout au moins dans la zone des températures où les pressions ont été mesurées.

On se rend compte d'ailleurs immédiatement de la généralité de cette conséquence en comparant la chaleur spécifique des corps gazeux à l'état libre et dans l'état de combinaison. La chaleur spécifique est toujours plus faible dans le premier cas que dans le second, ce qui entraîne une valeur négative pour

$$C_a + C_b - C_c$$

On a en effet, par exemple, les valeurs suivantes pour les chlorures métalliques :

	Chaleur spécifique moléculaire.	Essai sur la chaleur spéc. du métal.
KCl	12.9	6.3
NaCl	12.5	5.8
LiCl	11.9	5.3
AgCl	13.1	6.9
CaCl ²	18.6	6. $\times$ 2
MuCl ²	18.	5.7 $\times$ 2
ZnCl ²	18.4	6.1 $\times$ 2

La différence entre la chaleur spécifique du sel et celle du métal qui y est contenu est toujours supérieure à celle du chlore à l'état gazeux sous pression constante, chaleur spécifique qui rapportée à l'atome est égale à 4^{cal.} 3.

Dans le cas des oxydes on retrouve une inégalité dans le même sens.

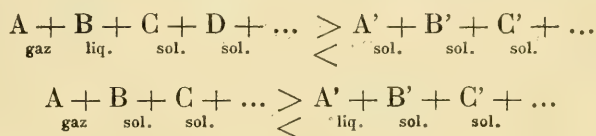
	Chaleur spécifique moléculaire.	Excès solide Chal. spéc. du métal.
MgO	9.8 à 11.0	3.8 à 5
MnO	11.2	4.6
CuO	10.2 à 11.4	4.2 à 5.4
HgO	10.4 à 11.4	4.2 à 5.0
PbO	11.4 à 12.2	5 à 5.8

Ainsi, dans la capacité calorifique de l'oxyde, la part qui revient à l'oxygène combiné est toujours supérieure à la chaleur spécifique de l'oxygène gazeux, chaleur spécifique qui, rapportée à un atome sous pression constante est égale à 3,47.

Toutes les chaleurs spécifiques considérées ici sont, pour la plupart, des chaleurs spécifiques moyennes entre la température ordinaire et 100°.

On peut donc conclure que les chaleurs de réaction dans les systèmes monovariants étudiés vont en diminuant avec la température, toutes les fois bien entendu, que tous les corps intervenant dans l'équation n'éprouvent aucune modification physique ou chimique qui en change l'individualité.

La loi de constance de la variation relative de la chaleur de réaction s'étend aussi aux autres systèmes monovariants qui satisfont à la loi de constance de variation d'entropie ; ceux qui fournissent les réseaux de courbes de dissociations que j'ai appelés β et γ (1), et qui répondent aux deux réactions générales suivantes :



(1). Annales. loc. cit. p. 90 et 111.

Détermination expérimentale

de la chaleur de dissolution limite qui intervient
dans la loi du déplacement de l'équilibre avec la température

par Camille MATIGNON

La plupart des chaleurs de dissolution aujourd'hui connues ont été déterminées en dissolvant un certain poids du corps dans une quantité connue du dissolvant, de manière à réaliser une dissolution étendue. La valeur obtenue dépend de la température et de la concentration finale, aussi les valeurs de ces deux variables du phénomène sont elles généralement indiquées.

Pour étudier complètement le phénomène à une même température, il faudrait effectuer un grand nombre de déterminations en faisant varier la concentration finale, c'est-à-dire en dissolvant un même poids du corps dans des quantités progressivement croissantes du dissolvant ou ce qui revient au même en dissolvant des quantités de plus en plus petites du corps dans un même poids de dissolvant. On aurait ainsi les chaleurs de dissolution correspondant à des concentrations variant depuis la saturation jusqu'à des valeurs infiniment petites. Cette façon de procéder rencontre des difficultés expérimentales. Il est d'abord difficile de mesurer les chaleurs de dissolution dans le voisinage de la saturation par suite de la lenteur du phénomène, lenteur qui prolonge la durée de l'expérience et par suite multiplie les causes d'erreur. D'autre part pour les dissolutions très étendues, les erreurs deviennent de l'ordre de grandeur du phénomène même. Il y a donc dans la pratique expérimentale une limite à ces déterminations, soit quand on se rapproche des solutions saturées, soit des solutions très étendues.

On peut tourner la difficulté en ramenant le problème à un autre, plus facile à réaliser dans la pratique. Au lieu de préparer, dans le calorimètre lui-même, des solutions de concentration variées ces mêmes solutions seront préparées à l'avance, puis versées au calorimètre, dans une quantité suffisante du dissolvant pour réaliser une grande dilution. Le phénomène thermique est cette fois

instantané. La chaleur mesurée est la chaleur de dilution et cette chaleur, comme nous le verrons tout à l'heure, peut être reliée à la chaleur de dissolution.

L'expérience démontre d'ailleurs que la variation de la chaleur de dissolution devient négligeable au-delà d'une certaine dilution et que, par suite, la chaleur correspondant à une concentration infiniment petite ne diffère pas pratiquement de la chaleur de dissolution correspondant à une concentration faible, mais facilement mesurable au calorimètre.

L'écart maximum présenté pour une même température par les différentes chaleurs de dissolution, se produira en général pour la chaleur de dissolution correspondant à une faible concentration et la chaleur de dissolution dans une solution voisine de la saturation.

La connaissance des chaleurs de dilution jointe à la connaissance d'une chaleur de dissolution, par exemple, celle qui correspond à une solution étendue, permet de connaître une chaleur de dissolution quelconque.

Soit Q la chaleur de dissolution moléculaire en solution étendue, je veux dire, de concentration telle que cette chaleur ne soit pas influencée par une dilution plus grande. Soit, d'autre part, $f(n)$ la chaleur de dilution de la solution contenant une molécule dissoute dans n molécules du dissolvant. Si nous appelons Q_n la chaleur de dissolution de une molécule dans n molécules de dissolvant, nous avons la relation

$$Q_n + f(n) = Q$$

qui se déduit immédiatement de l'application du principe de l'équivalence.

Berthelot et Thomsen ont déterminé un certain nombre de chaleurs de dilution. Berthelot a trouvé dans le cas de l'acide chlorhydrique par exemple, la fonction $f(n)$ très simple, $\frac{11.62}{n}$. La solution HCl , 5 H_2O mêlée avec un excès d'eau, dégagera ainsi $\frac{11.62}{5} = 2^{cal}32$.

Au lieu d'envisager seulement les chaleurs de dissolution dans le dissolvant pur, on peut envisager d'autres quantités, les chaleurs de dissolution dans le dissolvant chargé déjà d'une certaine quantité du corps à dissoudre. Parmi ces nouvelles chaleurs

de dissolution, s'en trouve une particulièrement intéressante, la chaleur de dissolution dans une solution infiniment voisine de la saturation. L'intérêt de cette quantité tient à son intervention dans l'application du principe du déplacement de l'équilibre avec la température. Dans ses *Recherches sur les Equilibres chimiques* (1), M. Le Chatelier a montré toute l'importance de son signe pour prévoir le déplacement de l'équilibre avec la température dans les solutions saturées. D'après l'énoncé même de la loi, si nous élevons d'une quantité infiniment petite la température d'une solution saturée, l'équilibre se déplacera dans un sens tel qu'il tiendra à s'opposer à l'élévation de température, c'est-à-dire qu'une petite quantité de corps solide passera en solution si sa chaleur de dissolution (dans ces conditions) est négative; au contraire, un peu du corps s'isolera à l'état solide de la dissolution, si la chaleur de dissolution est positive, car alors la précipitation produira du froid et tendra à s'opposer à l'élévation de température. On voit bien qu'il s'agit ici de la chaleur de dissolution infiniment voisine de la saturation.

Rien de semblable ne se présente quand il s'agit d'un équilibre chimique, car la chaleur de réaction reste la même pendant toute la réaction. Du carbonate de chaux qui se dissocie, met en jeu la même quantité de la chaleur pour de mêmes quantités de gaz carbonique mis en liberté, soit que la dissociation commence, soit qu'elle finisse.

En général, la chaleur de dissolution limite précédente, possède le même signe que la chaleur de dissolution en liqueur étendue; par suite, la connaissance de cette dernière est suffisante dans la plupart des cas. M. Le Chatelier a cependant cité l'exemple du chlorure cuivrique pour lequel les deux chaleurs limites considérées sont de signe contraire. Dans cet exemple il y a inversion quand on augmente la concentration de la solution dissolvante.

La détermination expérimentale de cette chaleur limite peut se ramener à des études de chaleur de dilution, qui ne présentent aucune difficulté expérimentale.

(1) Paris, Dunod 1888 et *Annales des Mines* 8^e série, T. 13.1888 p. 157-382.

Soit M une quantité de corps à dissoudre équivalente à son poids moléculaire, Q la chaleur de dissolution en liqueur étendue et $f(n)$ la chaleur de dilution définie comme nous l'avons vu précédemment.

$$\begin{aligned} M + \text{dissolv.} &= M_{\text{diss}} + Q \\ M_n + \text{dissolv.} &= M_{\text{diss}} + f(n) \end{aligned}$$

M_n indique une solution contenant une molécule dissoute dans n molécules du dissolvant :

Considérons d'autre part une quantité de corps à dissoudre égale à $M + M \frac{dn}{n}$ et un poids de dissolvant suffisant pour réaliser une solution étendue.

En effectuant la dissolution, on recueillera une quantité de chaleur égale à

$$Q \left(1 + \frac{dn}{n} \right)$$

puisque la matière dissoute est représentée par

$$M \left(1 + \frac{dn}{n} \right)$$

et que la quantité Q est relative à une molécule.

On peut en partant des mêmes substances réaliser le même état final par une voie toute différente.

En effet, on peut dissoudre d'abord M dans $n + dn$ molécules du dissolvant, ajouter ensuite à la solution obtenue le reste du corps soit $M \frac{dn}{n}$ et enfin diluer le tout par l'emploi du dissolvant restant. Les chaleurs dégagées successivement dans les trois opérations sont les suivantes :

$$Q - f(n + dn) \frac{dn}{n} X$$

$$\left(1 + \frac{dn}{n} \right) f(n)$$

$Q - f(n + dn)$ représente en effet la chaleur de dissolution de M dans $(n + dn)$ molécules du dissolvant. X est la chaleur de dissolution moléculaire du corps dans une solution contenant déjà une molécule dissoute dans $(n + dn)$ molécules. Après cette dissolution, la matière dissoute est $M \left(1 + \frac{dn}{n} \right)$ et la concentration est telle que 1 mol. se trouve dissoute dans n molécules.

D'après le principe de l'équivalence, on a par suite l'égalité suivante :

$$Q \left(1 + \frac{dn}{n} \right) = Q - f(n + dn) \frac{du}{n} X + \left(1 + \frac{dn}{n} \right) f(n)$$

$$X = R + n \frac{f(n + dn) - f(n)}{dn} - f(n)$$

En faisant tendre dn vers 0, X a pour limite la chaleur de dissolution moléculaire du corps dans une solution contenant déjà 1 molécule dans n molécule du dissolvant tandis que $\frac{f(n + dn) - f(n)}{dn}$ tend vers $f'(n)$. On a donc finalement

$$X = Q - f(n) + n f'(n)$$

Cette chaleur moléculaire correspond à la dissolution d'une quantité de matière suffisamment petite pour ne pas modifier la concentration.

La formule précédente permet par conséquent de la rattacher aux chaleurs de dilution :

Soit par exemple, le cas de la dissolution de l'acide chorhydrique dans l'eau, Berthelot a trouvé¹ 17^{cal}43 pour la chaleur de dissolution en liqueur étendue dans 400 à 800 H²O.

Au-delà de 400 H²O, la chaleur de dissolution ne varie plus.

Quant aux chaleurs de dilution, elles sont représentées très simplement par la formule

$$f(n) = \frac{11.62}{n}$$

quand n varie depuis 2.17 H²O jusqu'à 200 H²O.

En appliquant la formule précédente

$$X = Q - f(n) + n f'(n)$$

On a

$$X = 17.43 - \frac{11.62}{n} - \frac{11.62}{n} = 17.43 - \frac{23.24}{n}$$

et pour

$n = 2$	5 ^{cal} 81
$n = 2.5$	8.13
$n = 3$	9.68
$n = 4$	11.62
$n = 200$	17 ^{cal} 30

1. Annales de chim. et phys., 5^e série, T. 4, p. 468. 1875.

Ainsi quand une molécule de gaz chlorhydrique se dissout dans une solution contenant déjà HCl par $2 \text{H}_2\text{O}$ et prise en quantité suffisamment grande pour que la dissolution de cette nouvelle molécule n'en modifie pas sensiblement la composition, le dégagement de chaleur n'est que de $5^{\text{cal}}81$ au lieu de $17^{\text{cal}}43$ dégagement correspondant à la formation d'une solution étendue à partir du dissolvant pur.

La considération des valeurs précédentes fournit un renseignement bien précieux sur la nature des phénomènes qui se produisent dans la dissolution du gaz chlorhydrique. Quand on dissout une même quantité de gaz dans des solutions de plus en plus concentrées, la quantité de chaleur recueillie diminue. Le phénomène peut être décomposé en deux phases, dissolution du gaz avec l'eau pour former des hydrates. Dans les solutions très diluées, le gaz se dissout et se dissocie ensuite presque complètement. Le phénomène thermique représente la somme des deux effets. Dans les solutions concentrées, il n'y a pas d'ionisation sensible, le gaz se dissout simplement sans même se combiner avec l'eau déjà unie avec l'acide dissous.

On en conclut que la chaleur de dissolution du gaz dans une solution très concentrée représente d'une façon approchée la chaleur correspondant au phénomène physique simple de la dissolution. En solution étendue, la différence entre $17^{\text{cal}}43$ et $5^{\text{cal}}81$ correspond en gros au phénomène chimique. On arrive ainsi à séparer d'une façon suffisante la chaleur physique de la chaleur chimique produites dans l'acte global de la dissolution.

La chaleur chimique¹ varie d'ailleurs avec la concentration et si l'on admet avec Berthelot qu'elle décide du sens de la réaction, on se rend compte ainsi des différents modes d'action des diverses solutions chlorhydriques.

Chaleurs chimiques correspondant à différentes solutions chlorhydriques :

$n = 2$	0
$n = 2.5$	$2^{\text{cal}}3$
$n = 3$	3.9

¹ Voir Berthelot. Thermochimie T. I.

$n = 4$	5.8
$n = 6$	7.7
$n = 8$	8.6
$n = 20$	10.4
$n = 200$	11.5

Toutes ces quantités représentent d'une façon approchée la diminution d'énergie libre potentielle de l'acide chlorhydrique, diminution produite par l'acte de la dissolution.

Cette affirmation est la conséquence du fait expérimental que la chaleur chimique telle que l'a définie Berthelot paraît bien régler le sens des réactions chimiques et concorde de très près avec la chaleur non compensée définie par Helmholtz.

Acide bromhydrique. — Pour l'acide bromhydrique, Berthelot¹ a donné les valeurs suivantes

$$f(n) = \frac{12.06}{n} - 0.20$$

$$Q = 20^{\text{cal}}$$

On en déduit pour la chaleur physique de dissolution la valeur approchée

$$8^{\text{cal}}$$

et pour la chaleur physique correspondant à une dissolution étendue.

$$11^{\text{cal}}$$

Acide iodhydrique.

$$f(n) = \frac{11.74}{n} - 0.50$$

$$Q = 19^{\text{cal}}$$

Chaleur physique de dissolution 8^{cal} .

Chaleur chimique en liqueur étendue 11^{cal} .

Ammoniaque.

$$f(n) = \frac{1.27}{n}$$

$$Q = 8.8$$

Chaleur physique de dissolution 7^{cal} .

¹ Voir plus haut.

Chaleur chimique en liqueur étendue $1^{\text{cal}}3$.

La faiblesse de la chaleur chimique montre qu'il n'y peut y avoir de différence d'activité chimique sensible entre le gaz ammoniac et sa solution, excepté bien entendu dans les cas particuliers ou le dissolvant, l'eau, intervient pour sa propre part.

Il importe en terminant de faire remarquer que toutes les données précédentes sont relatives bien entendu à la température ordinaire.

Sur une seconde Collection de Poissons

recueillie par M. E. Haug à Ngomo (Ogôoué)

Par M. le Dr Jacques PELLEGRIN

M. le pasteur Ernest Haug, correspondant du Museum d'histoire naturelle, dont la résidence habituelle est Ngomo, sur le Bas-Ogôoué a recueilli dans ces régions une nouvelle série de Poissons d'eau douce, qu'il vient d'adresser au Museum, complétant ainsi l'importante collection rapportée par lui en 1906 et qui a fait l'objet ici même d'un premier mémoire (1).

Celle-ci ne contenait pas moins de 48 espèces parmi lesquelles 3 non encore décrites. L'envoi actuel, étudié ici, en comprend 32 dont 14 ne figuraient pas dans le précédent (2).

Il y a encore une forme nouvelle pour la science, c'est un Mormyridé le *Petrocephalus microphthalmus*. En outre, M. E. Haug a été assez heureux pour retrouver plusieurs exemplaires d'espèces fort rares et intéressantes comme le *Polycentropsis abbreviata* Boulenger, l'*Hemistichodus Varllanti* Pellegrin, le *Gephyroglanis ogoensis* Pellegrin, le *Synodontis Haugi* Pellegrin.

M. Haug étant à poste fixe au Gabon a pu continuer comme par le passé à noter avec le plus grand soin les noms employés par les indigènes dans les trois dialectes *galwa* (g.), *nkomi* (nk.), et *pahouin* (p.) pour désigner les Poissons expédiés par lui.

On trouvera donc ci-dessous avec la description de la forme nouvelle, la liste par familles de toutes les espèces faisant l'objet du dernier envoi de M. Haug, suivies des noms locaux et des quelques renseignements biologiques récemment communiqués par lui; j'y ajouterai en plus, s'il y a lieu, certaines indications concernant l'anatomie, la systématique, et la distribution géographique.

(1) Cf. Dr J. PELLEGRIN. Sur une collection de Poissons recueillie par M. E. Haug à Ngomo (Ogôoué). *Bull. Soc. Philom.* 9^e ser. IX, 1907, page 17.

(2) Ces dernières sont précédées dans la liste donnée ici du signe *.

Mormyridæ**1. PETROCEPHALUS BALLAYI Sauvage.**

Un exemplaire.

2. PETROCEPHALUS SIMUS Sauvage.

Un exemplaire.

*** 3. PETROCEPHALUS MICROPHthalmus nov. sp.**

Le corps est très comprimé, sa hauteur est comprise 2 fois $\frac{3}{4}$ dans la longueur, la longueur de la tête 4 fois. La tête est sensiblement aussi haute que longue. Le profil supérieur est convexe; le museau arrondi dépasse fortement la bouche qui est située sous l'œil, relativement étroite et mesure le $\frac{1}{4}$ de la longueur de la tête. Les dents sont petites, bicuspidées, au nombre d'une dizaine à la mâchoire supérieure, d'une vingtaine à l'inférieure. L'œil est petit, son diamètre est égal à la longueur du museau et est contenu 2 fois $\frac{1}{2}$ dans l'espace interorbitaire, 5 fois dans la longueur de la tête. On compte 35 écailles le long de la ligne latérale, $\frac{2}{10}$ en ligne transversale sur le corps, $\frac{2}{7}$ entre la dorsale et l'anale, 10 autour du pédicule caudal. La nageoire dorsale, à rayons antérieurs formant une pointe, comprend 19 rayons dont 16 branchus; elle commence au-dessus du 10^e rayon de l'anale; sa base fait moins de la moitié de la distance qui la sépare de la tête. L'anale a 28 rayons dont 25 branchus; elle est située à peu près à égale distance de la base de la ventrale et de l'origine de la caudale. La pectorale fait un peu plus des $\frac{2}{3}$ de la longueur de la tête et arrive au milieu de la ventrale. Le pédicule caudal est trois fois aussi long que haut et fait les $\frac{4}{5}$ de la longueur de la tête. La caudale n'est écailleuse qu'à la base, ses lobes sont pointus.

La coloration en alcool est brun olivâtre avec des reflets argentés; les rayons antérieurs de la dorsale et de l'anale sont noirâtres, les autres nageoires grisâtres. Il n'y a pas de tache sous la dorsale.

D. 19; A. 28; P. 9; V. 6; Ec. 35.

N° 08-211. Coll. Mus. — Ngomo (Ogôoué) : Haug.

Longueur $80 + 15 = 95$ millimètres.

Cette espèce est très voisine de *Petrocephalus Ballayi* Sauvage de mêmes régions. Elle en doit être séparée toutefois à cause de sa dorsale plus courte (D. 19 au lieu de 21 à 24), son œil plus petit, sa coloration et sa bouche plus étroite, dernier caractère qui la rapproche de *P. simus* Sauvage. C'est donc une forme intermédiaire entre les deux principales espèces, déjà connues de l'Ogôoué.

* 4. *ISICHTHYS HENRYI* Gill.

Trois exemplaires. Nom local : piongong (p.) « Rare dans l'Ogôoué* Marais sous bois ».

Ce Mormyridé, remarquable par son corps très allongé, est connu de Libéria au Gabon.

5. *MARCUSENIUS BRACHYHISTIUS* Gill.

Un exemplaire.

6. *GNATHONEMUS MOOREI* Günther.

Deux exemplaires.

Characinidæ

7. *ALESTES MACROPHthalmus* Günther.

Un exemplaire jeune de $75 + 22 = 97$ millimètres.

8. *ALESTES KINGSLEYÆ* Günther.

Quatre exemplaires.

9. *PERTERSIUS HILGENDORFI* Boulenger.

Quatre exemplaires.

10. *HEMISTICHODUS VAILLANTI* Pellegrin.

Quatre exemplaires, de $44 + 12 = 56$, $50 + 12 = 62$, $59 + 14 = 73$ et $60 + 17 = 77$ millimètres.

« Toujours trouvés isolés, mêlés aux bancs de *Pellonula* ».

11. *NANNÆTHIOPS UNITÆNIATUS* Günther.

Un exemplaire.

* 12. *DISTICHODUS NOTOSPILUS* Günther.

Trois exemplaires.

Cette espèce est commune au Gabon et dans l'Ogôoué. On l'a trouvée également au Cameroun et dans le bassin du Congo.

La coloration des spécimens adultes récoltés par M. Haug est encore des plus vives. Le dos est bleu acier, les côtés argentés avec des reflets violacés, les lobes de la caudale, la base de l'anale et les ventrales d'un beau rouge orangé. La dorsale est marquée antérieurement d'une large bande noire oblique ; il existe une petite tache noire à la base de la caudale.

* 13. *BARBUS HOLOTÆNIA* Boulenger.

Deux exemplaires de $68 + 20 = 88$ et $105 + 31 = 136$ millimètres. Noms locaux : ôjonge (g.) (nk.), endo (p.) « Le plus commun des Poissons de l'Ogôoué, trouvé dans toutes les eaux courantes. »

Ce Barbeau, remarquable par la ligne noire longitudinale qui divise son corps en deux parties sensiblement égales est connu du Cameroun au Congo.

Siluridæ

* 14. *CLARIAS WALKERI* Günther.

Un exemplaire. Noms locaux : nyozî (g.), ngole fang (p.) « Ruisseaux et marais sous bois ».

Ce Clarias est connu du Cameroun, du Gabon, et de l'Ogôoué.

15. *CLARIAS ANGOLENSIS* Steindachner.

Trois exemplaires jeunes. « Communs dans la vase des marais, où ils se retirent aux eaux bases ».

16. *EUTROPIUS GRENFELLI* Boulenger.

Deux exemplaires. Nom local : osô (p.) « Capturés à l'embouchure d'un petit lac dans l'Ogôoué. »

17. *CHRYSICTHYS KINGSLEYÆ* Günther.

Un exemplaire. Nom local : nkémbe itazu (g.)

* 18. *GEPHYROGLANIS OGOOENSIS* Pellegrin.

Trois exemplaires. $95 + 35 = 130$, $113 + 40 = 153$ et $170 + 60 = 230$ millimètres.

Noms locaux : jeunes, nkémbe y'ôlovi (g.); forme moyenne, nkémbe ozombo (g.) kémé ebvulé nzèyng (p.).

Cette espèce a été décrite d'après un spécimen de 320 millimètres de longueur, recueilli à Adouma, sur l'Ogôoué par la mission de l'Ouest africain (M. de Brazza).

Chez les deux jeunes spécimens envoyés par M. Haug, l'œil est proportionnellement plus grand que chez l'adulte, suivant la

règle générale chez les Poissons. Son grand diamètre est contenu 3 fois $1/3$ à 3 fois $1/2$ dans la longueur de la tête et égale environ la longueur du museau. Le barbillon nasal est tout à fait rudimentaire. La caudale est déjà nettement échancrée avec un lobe supérieur dépassant notablement l'inférieur.

* 19. *AUCHENOGLANIS BALLAYI* Sauvage.

Trois exemplaires. Nom local : mvong (p.). « Inconnu sur l'Ogôoué et dans les marais avoisinants. Ne se trouve que dans les ruisseaux sous bois des montagnes ».

Ce Poisson a été rencontré depuis le Cameroun jusqu'au Congo.

20. *SYNODONTIS HAUGI* Pellegrin.

Un exemplaire $189 + 50 = 239$ millimètres.

Ce spécimen est très semblable au type de l'espèce mesurant 270 millimètres et décrit par moi l'année dernière, lors du précédent envoi de M. Haug. Les dents mandibulaires sont également au nombre d'une cinquantaine.

* 21. *PHRACTURA LINDICA* Boulenger.

Deux exemplaires de $50 + 9 = 59$ et de $42 + 7 = 49$ millimètres. Nom local : angengeme (p.). « Ruisseaux des montagnes sous les pierres. Inconnu dans l'Ogôoué. Ne dépasse pas la taille du plus grand exemplaire envoyé. »

Cette curieuse petite espèce est signalée du Sud du Cameroun et du Congo.

Cyprinodontidæ

22. *HAPLOCHILUS SPILAUCHEN* A. Duméril.

Un exemplaire. Nom local : mbunge (p.). « Rives du fleuve ».

* 23. *HAPLOCHILUS SEXFASCIATUS* Gill.

Six exemplaires de $34 + 11 = 45$ à $67 + 18 = 85$ millimètres.

Nom local : andundue (p.). « Dans les ruisseaux des montagnes. »

Cette espèce qui atteint une assez grande taille pour le genre *Haplochilus* dont la plupart des représentants sont minuscules habite depuis le Sud du Niger jusqu'au Congo.

Mugilidæ

* 24. *MUGIL FALCIPINNIS* Cuvier et Valenciennes.

Un exemplaire de $155 + 50 = 205$ millimètres. Noms locaux : mono (g.) (nk.), bone (p.).

« Bancs très nombreux dans tout le Bas-Ogôoué et dans les lacs. Les bandes sont composées de 20 à 50 individus.

Ce Muge habite la côte occidentale d'Afrique et remonte plus ou moins haut les rivières depuis le Sénégal jusqu'au Congo. C'est une espèce comestible, qui ne manque pas d'intérêt au point de vue économique. D'après Delhez, cité par Boulenger (1), ce serait le seul Poisson vendu sur le marché indigène de Banana à l'embouchure du Congo.

Ophiocephalidæ

* 25. OPHIOCEPHALUS OBSCURUS Günther.

Deux exemplaires de $56 + 14 = 70$, et de $250 + 50 = 300$ millimètres. Nom local : ôrôva (g.) (nk.), ntumuli (p.)

Cet Ophiocéphale est très commun en Afrique où sa distribution est des plus vastes. On le connaît du Nil blanc, du lac Tchad et de la Gambie au Congo.

Anabantidæ

* 26. ANABAS MULTIFASCIATUS Thominot.

Quatre exemplaires. Nom local : efila (p.). « Ruisseaux des montagnes ».

Cette espèce habite depuis le Sud du Cameroun jusqu'au Congo. Il faut y ramener le *Ctenopoma nanum* Günther.

Nandidæ

27. POLYCENTROPSIS ABBREVIATA Boulenger.

Deux exemplaires de $57 + 12 = 69$ et de $58 + 12 = 70$ millimètres. Nom local : nyamendum ôbam (p.).

Chez ces spécimens la hauteur du corps est un peu plus grande que chez les types, elle est contenue 1 fois $\frac{2}{3}$ à 1 fois $\frac{4}{5}$ seulement dans la longueur au lieu de deux fois. La longueur de la tête est comprise 2 fois $\frac{1}{2}$ à 2 fois $\frac{2}{3}$ dans la longueur.

Pristipomatidæ

* 28. PRISTIPOMA JUBELINI Cuvier et Valenciennes.

Un exemplaire. Nom local : nkwèrè (g.) (nk.).

(1) G. A. BOULENGER. Les Poissons du bassin du Congo. Bruxelles. 1901 page 357.

Le *Pristipome* de Jubelin est un Poisson marin qui habite la côte occidentale d'Afrique du Sénégal au Congo, sa chair est appréciée. Il remonte parfois dans les rivières et peut vivre parfaitement dans les eaux complètement douces.

Cichlidæ

29. *TILAPIA FLAVOMARGINATA* Boulenger.

Un exemplaire de $235 + 65 = 300$ millimètres.

Nom local : ôsômbô (g.) (nk.), nkang (p.) « Noms indigènes douteux pour les Cichlidés, les noirs attachent une importance exagérée à la coloration souvent variable pour des formes identiques. » D'après M. Haug ce Cichlidé est le plus grand de l'Ogôoué.

* 30. *TILAPIA HEUDELOTI* A. Duméril.

Trois exemplaires. Noms locaux : adultes, ilômba (g.) (nk.), mful (p.); forme moyenne, ômpumini (g.) (nk.) ndasi mekokho (p.).

Ce Poisson habite les eaux douces du Sénégal au Congo.

31. *TILAPIA MELANOPLEURA* A. Duméril.

Deux exemplaires. Noms locaux : adulte, ngwakakô (g.) (nk.), nkaramba (p.); forme moyenne, envôrô (g.), akokh asue (p.).

32. *MASTACEMBELUS GORO* Boulenger.

Six exemplaires.

Sur quelques nouvelles espèces d'Alpheidæ

Par H. COUTIÈRE

Les espèces dont je donne ici les diagnoses préliminaires proviennent presque toutes de la « Percy Sladen Trust Expedition ». Celle-ci a exploré en 1905, sur le « Sealark », la région de l'Océan Indien comprise entre Ceylan et Madagascar, en particulier l'archipel des Chagos, et aussi l'espèce de croissant formé à l'est de Madagascar par les Seychelles, les bancs de Saya de Malha, de Nazareth, Maurice et la Réunion. Toute cette région, très peu connue, abonde en îlots et récifs madréporiques, ce qui revient à dire que les Alpheidæ y sont nombreux et variés.

Les $\frac{2}{3}$ environ des espèces s'y rencontrent, que j'avais décrites dans la faune des Maldives et Laquedives. De plus, 18 espèces sont nouvelles, montrant quelle incroyable richesse de formes possède cette famille d'Eucyphotes. Ces espèces se répartissent entre les genres *Automate* (1 espèce) *Alpheopsis* (2 espèces) *Synalpheus* (5 espèces) *Alpheus* (10 espèces). De plus il m'a paru nécessaire de séparer du genre *Alpheus*, en raison de ses caractères insolites, non encore signalés, une forme très voisine de l'*A. rostratipes* Pocock, peut-être même identique, bien que l'espèce de Pocock soit de Fernando-Noronha, sur la côte du Brésil

2 espèces nouvelles d'*Athanas*, 2 espèces de *Synalpheus* proviennent d'une très intéressante collection d'Alpheidæ australiens, que je dois à MM. W. H. Baker et Allan Mc. Culloch. 2 autres espèces de *Synalpheus* ont été rapportées de Djibouti par M. Ch. Gravier. Enfin, dans les matériaux de la mission Bonnier-Perez, j'ai trouvé, outre une forme nouvelle d'*Alpheus*, des éléments intéressants pour l'étude du groupe « *Paulsoni* » dans le genre *Synalpheus*. Un mémoire en cours d'impression sur les Synalphées américaines — dans lequel plus de 40 formes nouvelles sont décrites — m'a obligé à revoir très minutieusement les formes indo-pacifiques « *Paulsoni* », en raison de leur ressemblance, poussée parfois jusqu'à l'identité, avec les nombreuses formes américaines du même groupe.

GENRE *Automate* DE MAN.*A. Salomoni*, n. sp.

L'espèce se distingue de toutes les autres par la forme du rostre triangulaire, terminé en pointe aiguë, qui dépasse le bord frontal et atteint le tiers distal des ophthalmopodes. Le stylocérite est un peu plus long que l'article antennulaire basal; l'article médian est avec le précédent dans le rapport de 1.5 environ. L'écaille du scaphocérite atteint l'extrémité de l'article antennulaire médian. Le carpocérite dépasse le pédoncule antennulaire de la moitié environ de l'article distal. Les maxillipèdes externes, les périopodes des 1^{re} et 2^e paires sont absents. Les membres de la 4^e paire sont un peu plus volumineux que ceux de la 3^e paire. Les uns et les autres présentent les proportions suivantes : carpe 1, propodite 0.85, méropodite 2. Ce dernier 4.6 fois plus long que large.

L'unique spécimen est une ♀ ovée mesurant 17.5 mm. Chagos, Salomon Island. Percy Sladen Trust Expedition (P. S. T. E.)

GENRE *Athanas* LEACH.

A. Hasswelli n. sp. L'espèce rappelle de très près l'*A. dimorphus* Ortmann et l'*A. Minikoensis* H. C. Elle en diffère par les proportions différentes des pinces de la 1^{re} paire chez la ♀, seule connue. Le carpe, sensiblement égal au méropodite chez l'*A. dimorphus*, et plus long que la pince (rapport 1.8), est ici plus court que le méropodite et plus court que la pince (rapport 0.85). Le membre a la même forme cylindrique et grêle, ce qui distingue l'espèce de l'*A. Minikoensis*, où la pince est beaucoup plus robuste et le carpe court.

South Adelaide coast, W. H. Baker, 1 sp. ♀ mutilé.

A. Granti n. sp. L'espèce appartient à la section du genre *Athanas* où les pinces de la 1^{re} paire sont étendues en avant, avec un méropodite court. C'est le groupe *nitescens*, qui s'oppose au groupe *dimorphus* dans lequel les pinces sont repliées sous le

méropodite volumineux et engainant. L'espèce rappelle l'*A. Nairoensis* H. C. des Maldives, à laquelle elle ressemble par la forme et les proportions des pinces de la 1^{re} paire, et aussi par l'épine infra-cornéenne très courte, mais elle en diffère par l'absence de toute saillie supra-cornéenne, et surtout par le dactyle des pattes 3, 4, 5 bifide. C'est la première fois que ce caractère est constaté dans le genre *Athanas*, et son importance est grande en ce que c'est un nouveau lien entre le groupe *nitescens* et les espèces *Arete dorsalis* Stimpson, *Arete Indicus*, H. C. du genre *Arete*, qui en sont si manifestement dérivées.

South Adelaïde Coast, W. H. Baker, 2 ♂, 3 ♀.

GENRE *Alpheopsis* H. C.

A. fissipes, n. sp.

L'espèce, au moins par la forme du bord frontal, appartient à la section du genre qui comprend l'*A. equalis* H. C. Le rostre est court, à bords concaves ; il porte très près de sa pointe deux longues soies à peine divergentes. Peut-être le rostre si particulier des zoés de *Betæus* doit-il sa forme à de semblables soies, encore accolées dans le premier stade larvaire. Le bord frontal, à peine convexe, forme deux très faibles saillies sus-orbitaires obtuses. Des trois articles antennulaires, le basal est un peu plus long que le rostre, et aussi que les deux autres. Le stylocérite atteint l'extrémité de l'article médian. L'écaille du scaphocérite est un peu plus courte que le pédoncule antennulaire, son épine latérale un peu plus longue, au contraire, de même que le carpo-cérite.

Les maxillipèdes externes sont très caractéristiques par leur article basal, plus de deux fois aussi long que la somme des deux autres, et surtout 4 fois seulement aussi long que large, de façon à former avec son opposé un large écran devant les appendices buccaux. L'article distal est inerme à son extrémité.

Les pattes de la 1^{re} paire sont absentes.

Les membres de la 2^e paire comme chez l'*A. equalis*.

Les pattes des paires suivantes, très caractéristiques, ont le dactyle bifide. La griffe ventrale est plus courte et plus forte que

la dorsale. C'est jusqu'à présent la seule espèce du genre présentant ce caractère. Les proportions de la 3^e paire sont : propodite 1.6, carpe 1, méropodite 1.36 (4.5 fois aussi long que large), ischiopodite 0.8. Ce dernier porte une seule épine. Chez l'*A. equalis*, ces proportions deviennent respectivement : 1.75, 1, 1.75 (7 fois aussi long que large, 0.9). L'ischiopodite porte 2 épines.

L'unique spécimen de l'*A. fissipes* est une ♀ de 6.5 mm de longueur, portant 7 œufs seulement, de taille comparable à ceux de l'*A. equalis*.

P. S. T. E. Providence, Station D4, 50-78 brasses.

A. idiocarpus. n. sp.

L'espèce diffère de la précédente par les points suivants :

Rostre dépourvu de soies à la pointe ;

Angle pterygostomial terminé par une pointe triangulaire aiguë, faisant suite à un léger sinus concave ;

Bord de l'écaille antennaire fortement incurvé le long de l'épine externe, au lieu de rejoindre celle-ci presque normalement.

Carpocérîte dépassant nettement l'antennule et l'épine du scaphocérîte.

Maxillipèdes externes étroits, semblables à ceux de l'*A. equalis*, article basal près de 6 fois aussi long que large, triquètre, article distal armé d'épines à sa pointe.

Les pattes de la 1^{re} paire sont absentes.

Les pattes de la 2^e paire distinguent cette espèce de toutes celles du genre, en ce que le carpe ne possède que 3 segments, dont le proximal répond bien, comme proportions, à la somme des trois premiers chez l'*A. equalis*. Cette 2^e paire est relativement plus courte et plus faible que chez les *A. equalis* et *fissipes*.

Les proportions de la 3^e paire sont : propodite 1.6, carpe 1, méropodite 1.65 (6.3 fois aussi long que large), ischiopodite 0.8. Ce dernier porte 2 épines. Comme chez l'*A. equalis*, le membre se termine par un dactyle simple et très grêle.

L'uropode externe reproduit, près de la suture, la forme con-

cave de l'écaille du scaphocérite ; le bord libre de la suture porte 2 fortes épines, dont l'interne plus grande.

P. S. T. E. L'unique spécimen de l'*A. idiocarpus* est un ♂ de 7 mm, provenant, comme le précédent, de Providence, station D4, 50-78 brasses.

Ces deux espèces constituent une augmentation de grande importance pour le genre *Alpheopsis*. Jusqu'à présent, ses deux groupes, *equalis* à pinces lisses, et *trispinosus* à pinces sillonnées, paraissent assez faiblement reliés. Peut-être les formes ci-dessus décrites apporteraient-elles précisément le trait d'union cherché, si leurs pinces de la 1^{re} paire étaient connues.

GENRE *Synalpheus* SP. BATE.

S. otiosus, n. sp.

L'espèce se distingue du *S. paraneomeris* H. C. par les points suivants :

Le carpopcérite est seulement 3 fois aussi long que large (au lieu de 4 fois).

Le méropodite de la grande pince est un peu plus épais dans sa moitié proximale, et se termine par une pointe obtuse.

Le méropodite de la 3^e paire est seulement 3.5 fois aussi long que large, au lieu de 4 fois chez le *S. paraneomeris*, et le propodite porte 5 épines seulement, au lieu de 8. Cette partie du membre est également plus massive.

Le telson est plus large à son extrémité, le rapport de ses bases étant 1.5 au lieu de 1.85.

P. S. T. E. Coetivy, un bel exemplaire ♂.

S. merospiniger, n. sp.

L'espèce se distingue du *S. neomeris* de Man par les points suivants :

Les épines latérales du bord frontal sont plus larges. Leur bord externe n'est pas concave près de la pointe, leur bord interne moins concave également que chez le *S. neomeris*.

Les antennules ont leur pedoncule 4.5 fois plus long que

large, au lieu de 5 fois, et l'article basal n'est pas plus long que le médian. Il en résulte que le stylocérîte atteint le milieu de ce dernier article, au lieu de dépasser à peine l'article basal, comme chez le *S. neomeris*.

L'écaille du scaphocérîte est seulement un peu plus courte que l'antennule, et son épine latérale aussi longue que le carpo-cérîte. Chez le *S. neomeris*, l'écaille atteint seulement l'extrémité de l'article antennulaire médian.

Le carpo-cérîte est 4.4 fois aussi long que large, au lieu de 4 fois chez le *S. neomeris*.

L'unique spécimen typique, très mutilé, ne possède que ses pattes de la 4^e paire, dont le méropodite porte 3 courtes épines. Très semblables en ce point à celles du *S. neomeris*, elles en diffèrent par le dactyle caractéristique : la griffe ventrale est ici à peine plus forte que la dorsale ; ses deux bords sont régulièrement courbés, comme dans les espèces du groupe *Paulsoni*. La griffe ventrale est brusquement coudée et à bords droits chez le *S. neomeris*, et la griffe dorsale beaucoup plus grêle.

P. S. T. E. Amirante E. 25, 20-44 brasses. Une ♀ ovée.

S. trionyx, n. sp.

L'espèce est très voisine du *S. fossor* Paulson, dont elle se distingue par les points suivants :

Les intervalles sont plus larges entre le rostre et les épines latérales, celles-ci étant, par suite, plus divergentes.

L'écaille du scaphocérîte atteint au moins la moitié de l'article antennulaire distal, et l'épine latérale dépasse toujours le carpo-cérîte, qui est 5 fois environ aussi long que large. Chez le *S. fossor*, l'écaille antennaire atteint rarement l'extrémité de l'article antennulaire médian, l'épine latérale est toujours plus courte que le carpo-cérîte, et celui-ci est 6 fois plus long que large.

La grande pince est épineuse chez le *S. trionyx* à son bord palmaire antérieur, et le bord supéro-externe du méropodite se termine également par une forte épine. L'un et l'autre sont inermes chez le *S. fossor*, surtout la paume de la grande pince.

La petite pince du *S. trionyx* a pour proportions : doigts 1, longueur totale 2.4, hauteur 0.8. Le méropodite, dont le bord

supéro-externe se termine en pointe aigüe, est 2.1 à 2.6 fois plus long que large. Il est toujours plus épais que la paume. Chez le *S. fossor* les proportions de la petite pince sont : doigts 1, longueur totale 2.85, hauteur 1.2, le membre étant plus trapu. Par contre, le méropodite grêle est 2.7 fois aussi long que large, et n'a que 0.6 de la hauteur de la paume.

Le premier segment du carpe est plus long que la somme des 4 autres chez le *S. trionyx*, plus court chez le *S. fossor*.

Les proportions de la 3^e paire sont chez le *S. trionyx* : propodite 2.35, carpe 1, méropodite 2.6, celui-ci 4.4 fois aussi long que large. Chez le *S. fossor*, ces proportions sont : propodite 1.9 environ, carpe 1, méropodite 2.4, celui-ci 3.55 fois aussi long que large.

Enfin, le dactyle est de forme nettement différente. Chez le *S. fossor*, la griffe ventrale surnuméraire a ses deux côtés presque perpendiculaires, la griffe dorsale est très accessoire par rapport à la ventrale, et le groupe de ces 2 griffes est séparé du reste du dactyle par une faible dépression dorsale. Chez le *S. trionyx*, la surnuméraire ventrale est aigüe, dirigée en avant ; la dorsale est presque aussi longue que la griffe principale, et le dactyle ne montre aucune concavité dorsale.

P. S. T. E., Saya de Malha, C. 10, 26 fms., 2 ex. ♂ et ♀.

— C. 19, 29 fms., 1 ex. ♀.

S. lophodactylus, n. sp.

Cette nouvelle espèce se distingue du *S. biunguiculatus* Stp. par les points suivants :

Le pédoncule antennulaire est plus court, l'article basal ne dépassant guère le rostre, et seulement 4 fois aussi long que large. Le stylocérîte ne dépasse pas l'article basal.

L'écaille antennaire atteint l'extrémité de l'article antennulaire médian, et son épine latérale ne le dépasse que de la moitié environ de l'article antennulaire distal.

La basicérîte est complètement inerme en dessus, détail qui différencie immédiatement les deux espèces. Le carpocérîte dépasse notablement l'antennule, mais il est seulement 4 fois

aussi long que large, ayant subi le même raccourcissement que les autres appendices céphaliques.

La grande pince est absente sur le type.

La petite pince a pour proportions : doigts 1, longueur totale 2.73, hauteur 0.88. Son méropodite est 3.3 fois aussi long que large. Le doigt mobile porte une brosse de soies sériées sur la moitié distale. Elles sont moins serrées et moins abondantes que dans le groupe *lavimanus*, mais n'en indiquent pas moins l'étroite parenté qui relie les deux groupes d'espèces. Chez le *S. biungiculatus*, la petite pince est plus épaisse, et le doigt mobile n'a que des traces insignifiantes de la brosse de soies sériées.

Les pattes de la 3^e paire ont pour proportions : propodite 1.9, carpe 1, méropodite 2.43. Ce dernier, très grêle, est 4.5 fois aussi long que large. Le dactyle est celui du *S. biungiculatus*.

P. S. T. E., Lagon de Diego, 1 seul specimen ♀.

S. Sladeni, n. sp.

Cette espèce, l'une des plus remarquables recueillies par l'expédition, est jusqu'à présent la seule du groupe *lavimanus* qui soit présente dans la région indo-pacifique, à l'exception peut-être du *S. lavimanus Haddoni* H. Coutière. Ce groupe est caractérisé, comme je l'ai montré, par la présence constante sur le doigt mobile de la petite pince d'une brosse de longues soies raides disposées en séries transversales, et occupant les 2/3 de l'article. Tout en présentant de façon très nette ce caractère, la nouvelle espèce se place bien à part dans le groupe *lavimanus*.

Le bord frontal présente en avant des yeux une avancée considérable, si bien que la pointe du stylocérîte est au niveau de celle du rostre, et que l'épine latérale du basicérîte n'atteint pas tout à fait les épines latérales du bord frontal.

Le scaphocérîte est sensiblement aussi long que l'antennule, et son écaille atteint l'extrémité de l'article antennulaire médian, caractères insolites dans le groupe, ainsi que la faible épine inférieure du basicérîte.

Le carpodicérîte est volumineux, 4.7 fois aussi long que large, plus long que les antennules.

Les fouets des maxillipèdes externes sont très asymétriques en longueur et surtout en volume. J'ignore si cette disposition est fortuite ou constante.

La grande pince a pour proportions : doigts 1, longueur totale 3.12, hauteur 0.84. Le doigt mobile dépasse un peu le doigt fixe. La paume est cylindrique, et sa grande longueur est également un caractère insolite.

Par contre, la petite pince ressemble beaucoup à celle du *S. longicarpus* Herrick, par sa forme, ses proportions, sa brosse de soies sérées.

La 2^e paire est grêle, la 3^e paire également. Les proportions de cette dernière sont : propodite 2, carpe 1, méropodite 2.15, ce dernier article 5.4 fois aussi long que large. La griffe est celle de toutes les espèces *lævimanus*.

Le telson a pour proportions : largeur distale 1, largeur proximale 2.7, hauteur 3 environ.

Pour l'avancée du bord frontal, la forme de la grande pince, la gracilité des pattes suivantes, la forme du telson, cette espèce rappelle les espèces du groupe *comatularum*, jusqu'à présent aussi exclusives à l'Indo-pacifique que le groupe *lævimanus* l'est aux côtes américaines.

P. S. T. E., Cargados Carajos, B2, 30 brasses. 1 seul ex. ♂.

S. Bakeri, n. sp. L'espèce est voisine du *S. triunguiculatus* Paulson. Elle en diffère par les points suivants : Le rostre, 1.5 fois plus long que les épines latérales, atteint le milieu de l'article antennulaire médian. Le carpocérîte ne dépasse guère l'antennule, il est un peu plus court que l'épine latérale du scaphocérîte, et 3.6 fois seulement plus long que large, au lieu de 4.3 fois chez le *S. triunguiculatus*.

La grande pince a pour proportions : doigts 1, longueur totale 3.5, hauteur 1.4. Ce dernier rapport est de 1.3 chez le *S. triunguiculatus* ; en outre la paume est inerte en avant chez le *S. Bakeri*, et le méropodite moins fortement épineux aussi. Il en est de même du méropodite de la petite pince.

La 3^e paire a pour proportions : carpe 1, propodite 1.9, méropodite 2.4 (ce dernier article 3.5 fois aussi long que large). Ces

proportions deviennent 1, 1.9, 2.2 chez le *S. triunguiculatus*, où le méropodite est 3.2 fois aussi long que large. En outre, la griffe surnuméraire ventrale mesure à peine 1/4 de la griffe principale. au lieu de lui être presque égale.

Les angles postérieurs du telson sont plus aigus, les épines de la face supérieure plus longues que chez le *S. triunguiculatus*. Par contre, l'épine basale de l'uropode et l'épine suturale de sa rame externe sont plus courtes.

South-Adélaïde, M. W. H. Baker, 2 ex. ♂ et ♀.

S. physocheles, n. sp. L'espèce est très voisine également du *S. triunguiculatus* Paulson. Le bord frontal et les appendices céphaliques sont semblables, sauf le carpodécrite encore plus grêle (rapport 5).

La grande pince est très fortement renflée et distingue l'espèce de toutes les autres. Ses proportions sont : doigts 1, longueur totale 5.33, hauteur 2.2, les doigts étant très courts.

La petite pince a pour proportions : doigts 1, longueur totale 3, hauteur 1.1, sensiblement comme le *S. triunguiculatus*, dont les doigts sont toutefois un peu plus longs.

Les proportions de la 3^e paire sont : carpe 1, propodite 2.48, méropodite 2.6 ; ce dernier 4 fois aussi long que large. Le membre est donc notablement plus grêle que chez le *S. triunguiculatus*, mais la griffe a exactement la même forme.

Les angles postérieurs du telson sont moins épineux que chez le *S. triunguiculatus*.

Djibouti, Ch. Gravier, 1 sp. ♀.

Le groupe *Paulsoni*, dans l'Océan Indien, comprend des formes montrant 3 directions évolutives distinctes : les unes (*S. hastilicrassus*, *acanthitelsonis* H. C.), chez lesquelles le carpodécrite est allongé et ovoïde ; les autres (*S. hululensis* H. C., *S. tumido-maus* Paulson), où le même article est allongé et grêle ; enfin, les formes où l'article est court, qui me paraissent être les plus primitives, et dont le type est le *S. Paulsoni* Nobili.

Cette dernière espèce, du golfe Persique et de la mer Rouge, me paraît posséder plusieurs formes très affines :

<i>S. Paulsoni</i>	<i>Rameswarensis</i>	} Océan Indien
—	—	
—	<i>Kurracheensis</i>	
—	<i>liminaris</i>	
—	—	} Atlantique
—	<i>Senegambiensis</i>	

S. Mushaensis, de la Mer Rouge.

S. Mac-Cullochi, australien.

S. Latastei, australien et chilien.

S. Latastei tenuispina, brésilien.

Le *S. Latastei*, la seule forme du groupe qui ait gardé une aussi large distribution, indique probablement la voie par laquelle s'est faite la dispersion des espèces *Paulsoni*, très répandues en Amérique et extrêmement voisines de leurs congénères de l'Océan Indien.

Toutes ces formes ont le carpocérîte moins de 4 fois aussi long que large. Cette dernière proportion est celle du *S. Hullahensis* H. C. Ce nouveau nom doit remplacer celui de *S. tumidomanus* Paulson, que j'avais attribué à des spécimens des Maldives. L'espèce de Paulson, qui paraît propre à la mer Rouge, a les angles postérieurs du telson épineux, et ses œufs donnent des mysis. Elle a également le carpocérîte grêle.

Voici comment peuvent se distinguer les formes précitées :

S. Paulsoni Nobili : Rapport du carpocérîte 2.87 à 3.1, épine latérale du basicérîte un peu plus courte que la portion distale de l'article, épine latérale du scaphocérîte dépassant toujours le carpocérîte, bord palmaire antérieur inerme.

Djibouti (Ch. Gravier), Golfe Persique (Mission Bonnier-Pérez).

S. Paulsoni Rameswarensis n. subsp. Mêmes caractères du basi et du scaphocérîte, mais le carpocérîte est plus grêle (rapport 3.2 à 3.5) et le bord antérieur de la paume se prolonge en une épine droite, conique.

Rev. Henderson, Rameswaran.

S. Paulsoni liminaris n. subsp. Le basicérîte est à peu près dépourvu d'épine supérieure. Le rapport du carpocérîte est au

moins égal à 3.5 et peut atteindre 4 ; le bord antérieur palmaire est épineux.

Djibouti (Ch. Gravier), Golfe Persique (Bonnier et Perez).

S. Hululensis H. C. L'épine supérieure du basicérîte est large et courte, toujours plus longue que large toutefois. L'épine latérale est plus longue que la portion basale de l'organe (1.5 fois environ). L'épine du scaphocérîte ne dépasse pas le carpocérîte, dont le rapport va de 3.8 à 4.1. Le bord antérieur palmaire est inerme. Les angles postérieurs du telson sont droits.

La forme *liminaris* précédente est certainement aussi voisine du *S. Hululensis* que du *S. Paulsoni*.

Maldives (J. St. Gardiner).

S. Paulsoni Senegambiensis n. subsp.

Le carpocérîte a pour rapport 3.7 comme dans la forme *liminaris* ; le basi et le scaphocérîte comme chez les *S. Paulsoni* typiques. Le méropodite de la petite pince est inerme ; (la grande pince manque sur les 3 exemplaires).

Cap Vert (Talisman).

S. Mushaensis n. sp. Cette espèce est aussi à la limite des formes à carpocérîte court (rapport 3.6). Le carpocérîte dépasse l'antennule de toute la longueur de l'article distal. Le scaphocérîte, au contraire, dépasse à peine l'antennule par son épine latérale, et son écaille, large, est nettement plus courte. Le stylocérîte ne dépasse pas l'épine latérale du basicérîte.

Les proportions de la grande pince sont : doigts 1, longueur totale 4.2, hauteur 1.6, les doigts étant courts. Le bord antérieur palmaire se termine par une faible saillie aplatie, comme tranchante. Le méropodite est épineux à son bord supéro-externe. La petite pince a pour proportions : doigts 1, longueur totale 3.12, hauteur 1.

Le telson a ses angles postérieurs droits, sauf une très légère saillie épineuse ($1/4$ de l'épine externe).

L'espèce la plus voisine est certainement le *S. Lockingtoni* H. C. de la Basse Californie. Elle en diffère par le stylocérîte, le

scaphocérîte, l'épine supérieure du basicérîte plus courts, alors que le carpocérîte est au contraire plus long et plus grêle.

Iles Musha, Ch. Gravier.

S. Paulsoni Kurracheensis n. subsp. Cette forme diffère des specimens typiques par la robustesse plus grande de toutes ses parties. Les épines frontales sont moins aigües, l'épine latérale du basicérîte encore plus courte et plus forte (les $\frac{2}{5}$ de la portion basale de l'article). Le pédoncule antennulaire est 4 fois plus long que large, au lieu de 4.4 fois. Le carpocérîte a pour rapport 2.75. Le méropodite de la 3^e paire est 3.3 fois plus long que large (♀), 3.6 fois (♂) au lieu de 3.6 et 3.8 fois chez le *S. Paulsoni*. Le bord palmaire de la grande pince est épineux.

Kurrachée (U. S. N. Mus. 2 sp.).

S. Mac-Cullochi n. sp. L'espèce se distingue au premier abord du *S. Paulsoni* par ses œufs volumineux donnant des larves mysis. Elle rappelle la forme précédente par la robustesse des appendices céphaliques, mais l'épine supérieure du basicérîte est presque nulle, l'épine latérale nettement plus longue que la portion basale de l'article grêle, un peu convexe en dehors à la pointe. Le carpocérîte a pour rapport 2.9 à 3.1, et le bord palmaire antérieur de la grande pince est ineriné, ces deux caractères comme chez le *S. Paulsoni*. Le méropodite de la 3^e paire est par contre plus grêle (rapport 4.3 ♀, 4.5 ♂).

L'espèce se distingue d'autre part facilement du *S. tumidomanus* Paulson, dont les œufs donnent également des mysis, mais dont le carpocérîte est beaucoup plus grêle, l'angle supérieur du basicérîte et les angles du telson épineux.

Côte S. W. d'Australie (A. Mc. Culloch, W. H. Baker).

S. Latastei H. C. Cette espèce marque le terme de la série des formes précédentes au point de vue de la robustesse des divers appendices. Le pédoncule antennulaire a pour rapport 3.85 seulement, celui du carpocérîte descend jusqu'à 2.66 (d'ordinaire 2.7). La grande pince est seulement 2.35-2.5 fois aussi longue que haute, au lieu de 2.8 fois environ chez le *S. Paulsoni* et les

formes voisines. De même, le méropodite de la 3^e paire est seulement 3.12 fois aussi long que large. Les œufs donnent naissance à des zoés.

L'espèce se rencontre identique en Australie et au Chili; elle est représentée sur la côte est américaine (Desterro) par une forme *tenuispina*, dont les appendices sont un peu plus grêles, les épines frontales et celles des appendices céphaliques plus aigües.

GENRE *Alpheus* FABR.

A. staphylinus n. sp.

L'espèce est très voisine de l'*A. megacheles* Hailstone de la Méditerranée et de l'Atlantique. Le rostre est 3 fois aussi long à peu près que les dents sus-orbitaires, il est plus court que l'article antennulaire basal. L'article médian est 1.5 fois aussi long que chacun des 2 autres. Le pédonculaire antennulaire, la forte épine latérale du scaphocérîte, le carpodécérîte sont sensiblement égaux.

La grande pince est très semblable à celle de l'*A. megacheles* comme forme et proportions. La petite pince est plus grêle, la paume étant 2.43 fois aussi longue que large, au lieu de 2 fois, le doigt mobile n'est pas élargi, bien qu'il s'agisse d'un ♂, les doigts sont légèrement plus courts que la paume.

La 2^e paire est très allongée, la somme du carpe et de la pince mesure 0.85 du céphalothorax, et la partie proximale du membre 1.05 de cette même longueur, ce qui distingue immédiatement l'espèce de l'*A. megacheles* et la rapproche de l'*A. Hailstonei* des Maldives.

La 3^e paire mesure 1.2 du céphalothorax, alors qu'elle l'égale seulement chez l'*A. megacheles*. Le méropodite est 5 fois aussi long que large, et le propodite est 1.4 fois aussi long que la carpe, au lieu de 1.2 chez l'*A. megacheles*.

P. S. T. E. L'unique specimen ♂, long de 12 mm, provient de Salomon Island (Chagos).

A. Malhaensis n. sp.

L'espèce se rapproche particulièrement de l'*A. Seurati* H. C. dont elle se distingue par les points suivants :

Antennes et antennules un peu plus grêles et allongées, y compris l'épine latérale du basicérîte.

Bord inférieur de la grande pince entièrement lisse, constriction plus profonde entre la paume et le doigt fixe, extrémité du doigt mobile moins massive.

Carpe de la 2^e paire avec les 2 premiers segments presque égaux, le premier légèrement plus long.

Méropodites de la 3^e et 4^e paires fortement épineux à l'apex inférieur distal, celui de la 3^e paire 3.7 fois plus long que large. Proportions du membre : carpe 1, propodite 1.25, méropodite 1.9 (au lieu de 1, 1.45, 2 chez l'*A. Seurati*, où le méropodite est seulement 3 fois aussi long que large, et le propodite également très épais.)

P. S. T., E., S. de Malha C 19, 29 brasses, 1 sp. ♀.

Amirante E2, 29 brasses, 1 sp. ♂.

A. Amirantei n. sp.

Cette espèce se rapproche plus de l'*A. paragracilis* H. C. que d'aucune autre, mais elle en est facilement séparable.

Le rostre étroit se continue par une faible crête, un peu élargie derrière les voûtes orbitaires ; il est séparé de celles-ci, en avant, par deux très faibles sinus concaves du bord frontal, le reste du bord étant régulièrement convexe et inerme.

Le stylocérîte est plus court que l'article antennulaire basal, ou à peine aussi long, le basicérîte de l'antenne est à peu près inerme.

Le bord inférieur de la grande pince est droit, sans trace de constriction. Le bord supérieur porte au contraire une constriction transverse et un sillon longitudinal du côté inféro-interne. Du côté supéro-externe est un second sillon longitudinal très faible. Le méropodite porte une forte épine à son bord inférieur interne.

La petite pince diffère de celle de l'*A. paragracilis* par sa taille relative moindre, les doigts égaux à la paume, le méropodite pourvu d'une forte épine.

Sur la 2^e paire, le 1^{er} segment du carpe n'a guère que le tiers du second.

La 3^e paire et la 4^e ont le méropodite fortement épineux à son bord inférieur distal, le propodite est seulement un peu plus long que le carpe, l'un et l'autre sont beaucoup plus faibles que le méropodite. Le dactyle est simple. C'est une forme du membre surtout fréquente dans le groupe *crinitus*.

P. S. T. E., Amirante E. 11, 25-80 brasses, 2 specimens ♂.

A. baculifer n. sp.

Je place ici cette très remarquable espèce. Elle représente un cas extrême d'allongement des pinces chez une forme qui, par la plupart de ses caractères, rentre dans le groupe *obeso-manus*. C'est le parallèle de l'*A. cylindricus* Kingsley pour le groupe *megacheles*.

Le rostre, très court, dépasse à peine les voûtes orbitaires très saillantes, et se continue en arrière par une crête assez marquée. L'article antennulaire médian est 1.5 fois aussi long que chacun des deux autres, le stylocérîte est plus court que l'article médian et ne fait qu'une faible saillie latérale. Le scaphocérîte ne possède qu'une écaille rudimentaire, et son épine latérale ne dépasse pas le tiers distal de l'article antennulaire médian. Le carpocérîte est à peine plus long que ce même article.

Les pattes de la 1^{re} paire sont extrêmement caractéristiques. La grande pince a la paume cylindrique, 5.5 fois aussi longue que large. Elle est tronquée à l'extrémité; le doigt mobile, en « porte à faux », sur plus de la moitié de sa longueur, est dirigé presque perpendiculairement à la paume. Il n'y a plus trace de sillons palmaires. Le méropodite est également très allongé.

La paume de la petite pince est de même forme, mais les doigts sont parallèles, égaux, et dans le prolongement du membre. Ses proportions sont : doigts 1, longueur totale 4.34, hauteur 0.55.

Les pattes de la 2^e paire sont très inégales, comme dans la plupart des espèces *obeso-manus*. La plus longue mesure 1.66 fois celle de la 3^e paire, la plus petite 1.33 fois. Le second segment du carpe est très légèrement plus long que le premier, la pince distale a les doigts très courts.

La 3^e paire a pour proportions : carpe 1, propodite 1.07, méropodite 1.46. Ce dernier est inerme, et 3.6 fois aussi long que large.

L'unique specimen est une ♀ venant de muer dont les pleurons abdominaux sont très grands, comme il est de règle dans ce groupe d'espèces. Le telson et les uropodes sont dans le même cas ; la rame interne de ces derniers a son bord externe triangulaire, la suture de la rame externe porte 2 courtes épines.

P. S. T. E., Ile du Coin (Chagos), une ♀ de 25 mm.

A. Stanleyi n. sp.

Cette espèce se rapproche beaucoup de l'*A. ascensionis*, Ortmann, de l'*A. architectus*, de Man, de l'*A. styliceps*, H. Coutière.

La forme du bord frontal est très semblable à celle de l'*A. styliceps*, les voûtes orbitaires étant toutefois reportées plus en arrière encore. L'écaille du scaphocérîte atteint le tiers distal de l'article antennulaire médian, tandis qu'en revanche l'épine latérale atteint à peine le milieu de l'article distal. Le carpopocérîte ne dépasse que très faiblement l'antennule.

La grande pince est celle de l'*A. ovaliceps* H. Coutière, et se distingue par suite de celle des 3 espèces précitées. Le doigt mobile est toutefois beaucoup plus en « porte à faux ». Les sillons palmaires sont à peu près nuls. Ses proportions sont : doigt mobile 1, longueur totale 3.4, hauteur 1.4.

La petite pince a pour proportions : doigts 1, longueur totale 2, hauteur 1.72. Elle est, par suite, de forme banale, et bien distincte de celle de l'*A. styliceps*. Les doigts sont béants, l'inférieur très large ; leur bord inféro-externe excavé porte une rangée de fortes soies courtes et espacées, au nombre d'une dizaine.

Sur la 2^e paire, le 2^e segment du carpe est un peu plus court que le premier.

La 3^e paire a pour proportions : propodite 1.4, carpe 1, méropodite 2.25. Ce dernier, presque 5 fois aussi long que large, porte une forte épine à son angle inférieur distal. Il en est de même sur la 4^e paire. Le dactyle est très court, sans trace de bifurcation.

Le telson a pour proportions : petite base 1, grande base 2,

hauteur 3.27. Le bord de l'uropode interne porte une série de courtes épines.

Chez l'*A. architectus* et l'*A. ascensionis*, indépendamment des autres différences, les méropodites 3 et 4 sont inermes.

P. S. T. E., Amirante F₂₁, 30 brasses. | 1 unique sp. ♂ de 18 mm.

A. Providencei n. sp.

Le difficile groupe *crinitus*, déjà si riche en espèces, a fourni encore ici plusieurs formes nouvelles, séparées des formes connues par de minimes différences.

Par la forme du bord frontal et des appendices céphaliques, l'*A. Providencei* rappelle absolument l'*A. aculeipes* H. Coutière. Ici, toutefois, le rostre fait à peine saillie en avant; sa crête médiane est au contraire plus forte, et s'élargit plus rapidement derrière les voûtes orbitaires.

Par ses autres caractères, l'espèce se rapproche davantage de l'*A. paraculeipes* H. Coutière, sans être toutefois intermédiaire entre les deux formes précitées.

La grande pince, dont les proportions sont : doigts 1, longueur totale 3.33, hauteur 1.5, a une forme régulièrement ovoïde; ses doigts sont fortement infléchis en dedans. Le méropodite épineux est 2.2 fois plus long que large.

La petite pince (♀) est très semblable à celle de l'*A. paraculeipes*. Les doigts sont seulement plus longs, ses proportions étant : doigts 1, longueur totale 2.18, hauteur 0.8.

Les deux premiers segments du carpe sont entre eux comme 1 et 1.95, rapport moindre que dans les deux espèces précitées.

Pour la 3^e paire, les proportions sont : propodite 1.5, carpe 1, méropodite 2.3. Ce dernier 4 fois plus long que large. L'épine mérale est dans le prolongement du bord inférieur, étroite et très aigüe. Le bord inférieur interne est absolument nu, d'où une différence notable d'avec les *A. aculeipes* et *paraculeipes*.

Le bord externe du carpe porte une épine et 8-10 soies, mais celles-ci sont effilées, molles, et bien différentes de celles de l'*A. paraculeipes*. Le propodite n'a pas d'épine distale au bord supérieur. Le dactyle porte au bord ventral une saillie surnumé-

raire très nette. L'ischiopodite n'a pas d'épine enfoncée. Le méropodite de la 4^e paire n'est pas épineux.

L'espèce est encore plus voisine de l'*A. alcyone* de Man. Dans cette dernière forme, le scaphocérîte a son bord externe concave, son épine latérale plus longue; le méropodite de la petite pince est inerme; le premier segment du carpe mesure seulement le tiers du second, et il est surtout plus petit que le 5^e. Le méropodite de la 3^e paire porte quelques spinules courbées en S, le dactyle n'est pas bifide; le carpe de la 4^e paire est semblable à celui de la 3^e. Enfin, les œufs sont rares et volumineux, donnant vraisemblablement naissance à des larves mysis.

On peut considérer l'*A. alcyone* et l'*A. Providencei* comme deux formes pœcilogoniques, mais, ici comme dans la grande majorité des cas connus, il s'ajoute au caractère tiré du volume des œufs une série de menues différences montrant que les deux formes sont bien spécifiquement distinctes.

P. S. T. E., Providence D4, 50-78 brasses, 1 sp. ♀.

A. Adamastor n. sp.

Cette espèce est extrêmement voisine de l'*A. clypeatus* H. Coutière. Elle en diffère par les points suivants :

Le bord frontal présente une avancée convexe en deçà de chaque voûte orbitaire, mais, au lieu de se réunir en un rostre sail-lant, les voûtes sont séparées par un sinus médian, aussi large que chacune d'elles. La crête mousse du rostre, qui paraît s'arrêter au bord de ce sinus, se continue en réalité un peu en avant et sur un plan inférieur, en une pointe étroite et très courte.

Le basicérîte porte une épine beaucoup plus faible que chez l'*A. clypeatus*.

La grande pince a pour proportions : doigts 1, longueur totale 3, hauteur 1.34. Elle est donc légèrement plus massive que chez l'*A. clypeatus*, où les doigts ont aussi 1/3 de la longueur totale, mais où le second rapport est 1.23 seulement.

La petite pince présente des différences bien plus notables. Elle a pour proportions : doigts 1, longueur totale 2.36, hauteur 0.75. Elle est donc 3 fois plus longue que haute, au lieu de 2.6 chez l'*A. clypeatus* ♂. Elle rappelle par suite les proportions de

l'appendice chez la ♀ de l'espèce précitée, mais le doigt mobile est ici notablement élargi. Il est vraisemblable que la différence sexuelle dans la forme de la petite pince, chez l'*A. Adamastor* dont la ♀ est inconnue, porte sur ce détail du doigt mobile, et qu'elle est par suite assez faible.

Le méropodite inerme est à peine plus court que la pince et presque 3 fois aussi long que large. Ce dernier rapport égale 2 chez l'*A. clypeatus* ♂, le méropodite étant beaucoup plus court que la pince.

Sur la 2^e paire, le 1^{er} segment du carpe égale 1.6 fois le second. Ils sont sensiblement égaux chez l'*A. clypeatus*.

La 3^e paire est très semblable comme proportions et forme à celle de l'*A. clypeatus*, mais le méropodite est 4 fois aussi long que large, au lieu de 3.5 fois.

La forme du bord frontal et les proportions de la petite pince du ♂ permettent aussi de distinguer aisément cette espèce de l'*A. pachychirus* Stimpson.

P. S. T. E., Salomon (Chagos), un unique spécimen ♂.

A. Coetivensis n. sp.

L'espèce se rapproche beaucoup de l'*A. paracrinitus* Miers et de la forme que j'ai décrite comme var. *Bengalensis* de cette dernière.

Les voûtes orbitaires sont ici atténuées en forme d'épines plates mesurant à peu près la moitié de l'article antennulaire médian. Le scaphocérîte a son écaille plus large, son épine latérale moins grande que dans les deux formes précitées, et le carpocerite est plus volumineux.

La grande et la petite pince sont tout à fait celles de l'*A. paracrinitus Bengalensis* comme forme et proportions, la petite pince étant inerme sur le condyle articulaire externe du doigt mobile. Les méropodites sont inermes.

Sur la 2^e paire, le premier segment du carpe est 1.7 fois aussi long que le 2^e, sensiblement comme chez l'*A. paracrinitus*.

Sur la 3^e paire, très grêle, les proportions sont : propodite 1.45, carpe 1, méropodite 1.7, le membre étant encore plus allongé que chez l'*A. paracrinitus*.

P. S. T. E., Coetivy, 1 sp. ♂.

Salomon, 1 sp. ♀ avec sa petite pince seule présente.

A. dasycheles n. sp.

L'espèce se rapproche de l'*A. gracilipes* Stimpson par la forme du rostre. C'est une large pointe triangulaire à bords légèrement concaves, 1.5 fois aussi longue que large à la base. Il y a sur la ligne médiane une trace de l'épine gastrique. Les bords du rostre surplombent les sillons rostro-orbitaires comme chez l'*A. gracilipes*, et les voûtes orbitaires présentent en avant une saillie obtuse, ne dépassant pas le bord frontal sinueux. La pointe du rostre n'atteint pas l'extrémité de l'article antennulaire basal, que le stylocécrite dépasse légèrement.

L'écaille du scaphocécrite égale le pédoncule antennulaire, que son épine latérale dépasse des $\frac{3}{4}$ environ de l'article distal. L'épine latérale du basicécrite atteint en avant aussi loin que le rostre, le carpocécrite ne dépasse pas l'extrémité de l'article antennulaire médian.

Les pinces de la 1^{re} paire sont cylindriques et entières, sans traces de sillons et de lobes. Elles possèdent un revêtement assez dense de longues soies sur leur face inféro-externe. La plus grande a pour proportions : doigts 1, longueur totale 3.2, hauteur 0.9.

La plus petite : doigts 1, longueur totale 2.38, hauteur 0.5. Sur la 2^e paire, le 1^{er} segment égale 1.2 fois le second. La 3^e paire a pour proportions : propodite 1.64, carpe 1, méropodite 1.88. Ce dernier est 5 fois aussi long que large, l'ensemble du membre étant grêle, mais le méropodite porte une forte épine à son apex inférieur. Le carpe se termine également par une épine. Le dactyle est simple. Il y a une épine enfoncée mobile sur l'ischiopodite.

P. S. T. E., Seychelles, F9, 37 brasses, 2 sp. ♂ et ♀, le plus grand mesurant 22 mm.

A. Percyi n. sp.

Cette espèce se rapproche également de l'*A. gracilipes*, plus même que la précédente.

Le rostre a la même forme lancéolée, à bords surplombant les sillons rostro-orbitaires. Mais les voûtes orbitaires sont régulièrement hémisphériques, sans lobe antérieur saillant, de sorte qu'entre elles, le rostre et le bord frontal, il n'existe pas la partie plane du sillon rostro-orbitaire brusquement élargi en avant que l'on remarque chez l'*A. gracilipes*.

Le rostre atteint, de même que le stylocérîte, la longueur de l'article antennulaire basal.

L'écaille antennaire atteint au moins l'extrémité du pédoncule antennulaire, qu'elle dépasse même notablement chez les grands spécimens. Son épine latérale et le carpocérîte comme dans l'espèce précédente, et comme chez l'*A. gracilipes*.

Les pattes de la 1^{re} paire ne diffèrent que très peu de celles de l'*A. gracilipes*. La grande pince est entaillée d'un profond sillon transverse un peu avant l'articulation du doigt mobile; la petite pince, « *baleniceps* » chez les ♂, est munie d'une forte épine sur chacun des condyles articulaires du doigt mobile. Les bords supéro-externe et inféro-externe du méropodite se terminent chacun par une forte épine, sur les 2 pinces.

Sur la 2^e paire, les 2 premiers segments du carpe, presque égaux, sont entre eux comme 1, 1.15. J'ai étudié des spécimens jeunes où le rapport était sensiblement inverse.

La 3^e paire est très semblable à celle de l'espèce précédente comme forme et proportions.

P. S. T. E., Cargados Carajos, 30 brasses, 2 ex. ♂ et ♀, le plus grand mesurant 40 mm.

Amirante E 11, 25-50 brasses, 1 petit sp. ♀.

Coetivy, 1 petit sp. ♂.

A. Perezii n. sp.

L'espèce se rapproche de l'*A. pareuchirus* H. C., mais le rostre forme entre les voûtes orbitaires une crête plus étroite, linéaire, à peine élargie en arrière. Le pédoncule antennulaire est plus court, de même que le carpocérîte égal au précédent, l'un et l'autre dépassés par l'épine du scaphocérîte. La grande pince a des proportions très semblables à celles de l'*A. pareuchirus*,

mais le lobe palmaire est arrondi en arrière du sillon transverse supéro-externe, et la constriction du bord inférieur est par contre plus marquée. La petite pince est aussi très semblable comme forme et proportions, ainsi que la 2^e paire. Mais le méropodite de la 3^e paire est plus court (6 fois aussi long que large au lieu de 7 fois) et son bord inférieur porte près de l'extrémité distale une forte épine, peu saillante toutefois et dont l'axe est à peine différent de celui de l'article.

Golfe Persique (Mission Bonnier-Perez).

Alpheus sp.?

Metalpheus, n. gén.?

Il s'agit ici d'une forme très remarquable, peut-être identique à l'*A. rostratipes* Pocock, ce que je ne saurais décider en l'absence du type. Cette identité ou valeur spécifique sont d'ailleurs secondaires en l'espèce, en présence des différences qui séparent ces formes du genre *Alpheus* lui-même, et conduisent presque à la formation d'un nouveau genre.

Le rostre émerge entre les échancrures obliques des voûtes orbitaires, qu'il égale en longueur. La protection des ophtalmo-podes n'est pas assurée du côté antéro-interne.

Comme chez l'*A. rostratipes*, les articles antennulaires sont aussi larges que longs. Toutefois, le 3^e est 1.5 fois aussi long que large. Le stylocérîte atteint le milieu de l'article médian. La large écaille du scaphocérîte atteint le tiers proximal, et son épine la moitié de l'article distal antennulaire. Le basicérîte est volumineux, beaucoup plus haut que long surtout, avec une forte épine latérale, et le carpocérîte, dépassant l'antennule de la moitié au moins de l'article distal, n'est guère que 1.5 fois aussi long que large.

Le volume de l'antenne contrastant avec le faible développement du scaphocérîte, l'épaisseur des articles et des fouets antennulaires sont des caractères insolites chez *Alpheus*, rappelant surtout les genres *Arete* et *Alpheopsis*.

Le labre possède également un volume excessif. Il descend verticalement entre les bases des antennes, et sa hauteur égale celle du céphalothorax, de façon à constituer une sorte de mulle

qui donne à l'espèce une physionomie très spéciale. La partie inférieure en est enfermée, comme dans des valves, entre les psalhistomes très élargis des mandibules, dont le palpe est entièrement invisible du dehors. Le psalhistome porte une dizaine de faibles dents sur une courte portion de son bord supérieur. Le processus molaire est inclus, comme toujours, entre le labre et les paragnathes, très développés également. C'est là une forme de la mandibule unique jusqu'à présent chez les *Alpheidæ*.

La maxillule et la maxille ont leur forme normale. Sur le 1^{er} maxillipède, l'article distal du sympodite est largement arrondi, l'endopodite et l'exopodite soudés sur leur tiers proximal, ce dernier avec un très étroit lobe α (Boas).

Le 2^{me} maxillipède a son épipodite en forme de sac membraneux. Le 3^{me} a son article distal foliacé, très élargi (un peu plus de 2 fois aussi long que large) excavé de façon à recevoir la masse du labre, des mandibules et des maxillipèdes précédents, comme chez l'*Alpheopsis fissipes* H. C. L'article distal est conique, pourvu des soies sériees habituelles, sans épines terminales. Il y a un bourgeon d'arthrobranchie à la base du membre, avec une trace de bifurcation.

Par une malchance singulière, les 2 spécimens que j'ai étudiés ne possèdent qu'une seule des pinces de la 1^{re} paire, de même que les types de l'*A. rostratipes*. Je suis porté à croire que les deux pinces sont semblables. Sur un spécimen sec de l'*A. rostratipes* (S. Kensington Muséum) la seule pince présente est si volumineuse qu'elle représente bien plutôt la grande. Sur un des deux spécimens de la forme ici étudiée, la pince opposée est en voie de régénération, elle a dépassé le stade de forme indifférente, et apparaît très semblable à son opposée comme aspect général et proportions.

La 2^e paire est courte et massive. Les segments du carpe décroissent du 1^{er} au 4^{me}, ce dernier plus large que long, le 5^{me} égal au 1^{er}. La 3^{me} paire a le méropodite très massif, inerme, 3 fois aussi long que large. Le dactyle est bifide, avec une saillie ventrale surnuméraire plus marquée chez le ♂.

La 4^{me} paire n'a pas d'épipodite en crochet. Les rames des pléopodes, chez le ♂, sont beaucoup plus courtes que le sympo-

dite, presque dépourvues de soies et de longueur égale. La 2^{me} paire fait exception en ce que la rame interne est étroite et très longue.

Chez la ♀ les rames sont plus longues et aussi plus larges que le sympodite, et le rétinacle de la rame interne est lui-même très élargi, si bien que la rame paraît simplement bifurquée sur son tiers distal.

Volume des fouets anténnaires et de l'antenne, incomplète protection des yeux, volume du labre, forme très spéciale des mandibules, du 2^e maxillipède, du 3^e maxillipède, des pinces de la 1^{re} paire (?), brièveté de la 2^e paire, réduction du nombre des épipodites, forme très spéciale des pléopodes, tels sont les caractères que l'on pourrait invoquer pour la séparation de l'*A. rostratipes* et des formes affines. Le nouveau genre pourrait recevoir le nom de *Metalphews* s'il était conservé.

D'autre part, ces espèces montrent avec l'*A. paragracilis* H. C. une ressemblance très grande, au point que tous leurs caractères différentiels s'y retrouvent, y compris l'absence d'épipodite sur la 4^{me} paire. Mais ces caractères sont pour la plupart atténués. Il en est ainsi pour le volume de l'antenne et sa disproportion d'avec le scaphocérîte, pour le volume du labre, la grandeur du psalidome des mandibules, du sympodite du 1^{er} maxillipède, la largeur de l'article basal du 3^e maxillipède, le volume de la petite pince, la brièveté de la 2^e paire, pour la forme même des pléopodes. En un mot, l'*A. paragracilis* ne possède plus en propre qu'un seul caractère le séparant nettement du genre *Alpheus*, l'épipodite du 4^e péréiopode. Et si l'on passe à des espèces telles que l'*A. socialis*, également très voisine, ce dernier détail disparaît.

On voit donc l'intérêt qui s'attache à la connaissance plus complète de l'*A. rostratipes* (et de l'*A. sp?* qui en est peut-être distinct) surtout pour savoir si la grande pince est ou non celle d'un *Alpheus*.

On peut noter que l'*Alpheopsis fissipes*, la nouvelle espèce décrite plus avant, possède, seule du genre, les maxillipèdes de la 3^e paire très élargis et les dactyles bifides. Si, là encore, les pinces de la 1^{re} paire étaient connues, peut-être posséderait-on un repère précieux pour fixer la validité du genre *Metalphews*.

Par son rostre, l'*Alpheopsis fissipes* se rattache à l'*A. equalis*, dont les pinces ne sont pas sillonnées. On conçoit très bien dès lors qu'une forme telle que *Metalpheus*, dans l'hypothèse où ses pinces seraient semblables et non sillonnées, soit sortie d'une autre telle que l'*Alpheopsis fissipes*.

D'autre part, le groupe *megacheles*, parmi les Alphées, présente comme je l'ai montré, les ressemblances les plus étroites avec les *Alpheopsis* tel que l'*A. trispinosus* et l'*A. Chilensis*, à pinces sillonnées. Comme les 2 sections du genre *Alpheopsis* sont fort voisines, il n'est pas étonnant de rencontrer chez leurs dérivés *Alpheus* et *Metalpheus* des convergences comme celles qui rapprochent l'*A. rostratipes* et l'*A. paragracilis*.

TABLE ANALYTIQUE DES MATIÈRES DU TOME X (1908)

	Pages.
Aimé Laussedat (Notice). — G. Perrin	103
Alpheidæ (espèces nouvelles). — H. Coutière	191
Applications de la méthode d'Erathosthène. — Tables. — J. Deschamps	10
Arithmétiques (Constellations). — G. Tarry.	107
Banquet annuel.	50
Biologie des récifs coralliens. — Ch. Gravier.	144
Cent millions (Nombres jusqu'à). Tables des facteurs premiers. — E. Lebon.	66
Chaleur de dissolution limite. — C. Matignon	176
Chaleur de réaction (Variations) dans les systèmes monovariants. — C. Matignon.	171
Collection d'oiseaux de l'Equateur. — A. Ménégaux	83
Collection de poissons recueillis par le D ^r Wurtz. — J. Pellegrin	122
Collection de poissons recueillis par M. E. Haug. — J. Pellegrin.	184
Comptes de 1907 (Rapport). — G. Tarry.	64
Comptes-rendus des séances (Extraits) 3, 53, 101,	165
Constellations arithmétiques. — G. Tarry	64
Coraux (Biologie des récifs). — Ch. Gravier.	144
Corrélations physiologiques chez l'embryon d'oiseau. — E. Rabaud.	136
Développement du périmètre thoracique chez les enfants. — M. Marage	114
Division de polynômes entiers représentés symboliquement. — E. Lebon	168
Embryon d'oiseau (Phénomènes respiratoires). — E. Rabaud.	133
Enfants (Développement du périmètre thoracique). — M. Marage	114
Entiers (Polynômes) représentés symboliquement. — E. Lebon	168
Equateur (Collection d'oiseaux de l'). — A. Ménégaux	83
Equilibre (Loi du déplacement avec la température). — C. Matignon	176
Erathosthène (Méthode d'). Tables. — J. Deschamps.	10
Espèces nouvelles d'Alpheidæ. — H. Coutière	191
Etude d'une collection d'oiseaux de l'Equateur. — A. Ménégaux.	83
Examen de houille de Lorraine. — P. Mahler	111
Extraits des comptes-rendus des séances 3, 53, 101,	165
Facteurs premiers des nombres (Recherche rapide des). — E. Lebon	4
Facteurs premiers des nombres jusqu'à cent millions (Table).	66
Gaz-Solides (Systèmes monovariants). — G. Matignon	171
Graphiques (Tables). Applications de la méthode d'Erathosthène. — J. Deschamps.	10
Guinée Française (Poissons recueillis par le D ^r Wurtz). — J. Pellegrin.	122
Houille de Lorraine. — P. Mahler.	111
Laussedat (A.), (Notice). — G. Perrin	103
Limite (Chaleur de dissolution). — C. Matignon	176
Liste des membres de la Société	53
Loi du déplacement de l'équilibre avec la température. — C. Matignon.	176
Lorraine (Houille de). — P. Mahler	111
Membres de la Société (Liste)	53
Monovariants (systèmes) gaz-solides. (Chaleur de réaction). — C. Matignon.	171
Multiplication (et division) de polynômes entiers. — E. Lebon	168
Ngomo (Ogôoué). Poissons recueillis par M. E. Haug. — J. Pellegrin.	184
Nombres (Recherche des facteurs premiers). — E. Lebon	4
Nombres jusqu'à cent millions (facteurs premiers). — E. Lebon.	66
Notice sur Aimé Laussedat. — G. Perrin.	103

	Pages.
Oiseaux de l'Equateur. — A. Ménégaux.	83
Oiseau (Embryons d'). Phénomènes respiratoires. — E. Rabaud.	136
Périmètre thoracique des enfants (développement). — M. Marage.	114
<i>Peripatus brasiliensis</i> Bouv. — E.-L. Bouvier.	50
Poissons de la Guinée Française (recueillis par le Dr Wurtz). — J. Pellegrin.	122
Poissons de Ngomo (Ogôoué), (recueillis par M. E. Haug). — J. Pellegrin.	184
Phénomènes respiratoires chez l'embryon d'oiseau. — E. Rabaud.	136
Polynomes entiers représentés symboliquement. — E. Lebon.	168
Physiologie de l'embryon d'oiseau (Phénomènes respiratoires). — E. Rabaud.	136
Rapport sur les comptes de 1907. — G. Tarry.	54
Recherche rapide des facteurs premiers des nombres. — E. Lebon.	4
Récifs coralliens (Quelques traits de la biologie des). — Ch. Gravier.	144
Représentation symbolique de polynomes entiers. — E. Lebon.	168
Respiration de l'embryon d'oiseau. — E. Rabaud.	136
Restes (Tables de) pour la recherche rapide des facteurs premiers. — E. Lebon.	4
Séances (Extraits des comptes-rendus). 3, 53, 101,	165
Systèmes monovariants, gaz-solides (Chaleur de réaction). — C. Matignon.	171
Tables des facteurs premiers des nombres jusqu'à 100 millions. — E. Lebon.	66
Tables numériques et graphiques (Méth. d'Ératosthène). — J. Deschamps.	10
Tables de restes (Recherche des facteurs premiers). — E. Lebon.	4
Température (Loi du déplacement de l'équilibre avec la). — C. Matignon.	176
Thoracique (Périmètre) chez les enfants. — M. Marage.	114
Traits de la biologie des récifs coralliens. — Ch. Gravier.	144
Variations de la chaleur de réaction dans les systèmes monovariants. — C. Matignon.	176

TABLE DES AUTEURS

	P ages
Bouvier (E.-L.). — Sur les <i>Peripatus brasiliensis</i> Bouv.....	50
Coutière (H.). — Sur les quelques espèces nouvelles d'Alpheidæ.....	191
Deschamps (J.). — Application de la méthode d'Erathosthène. Tables numériques et graphiques.....	10
Gravier (Ch.). — Sur quelques traits de la biologie des récifs coralliens...	144
Lebon (E.). — Recherche rapide des facteurs premiers des nombres à l'aide de deux tables de restes	4
— Sur une table donnant les facteurs premiers des nombres jusqu'à cent millions.....	66
— Multiplication et division de polynomes entiers représentés symboliquement.....	168
Mahler (P.). — Examen de houille de Lorraine.....	111
Marage (M.). — Développement du périmètre thoracique chez les enfants..	114
Matignon (C.). — Détermination expérimentale de la chaleur de dissolution limite, dans la loi du déplacement de l'équilibre avec la température.....	176
— Variation de la chaleur de réaction dans les systèmes monovariants formés par un gaz et des solides.....	171
Ménégaux (A.). — Etude d'une collection d'oiseaux de l'Equateur.....	83
Pellegrin (J.). — Sur une collection de poissons recueillis par le D ^r Wurtz en Guinée Française.....	122
— Sur une seconde collection de poissons recueillis par M. E. Haug, à Ngomo (Ogôoué).....	184
Perrin (G.). — Notice sur Aimé Laussedat.....	103
Rabaud (E.). — Les phénomènes respiratoires et les corrélations physiologiques chez l'embryon d'oiseau.....	136
Tarry (G.). — Les constellations arithmétiques.....	107

TABLE DES MATIÈRES DU FASCICULE V-VI

	Pages
Extraits des comptes-rendus des séances	165
Lebon (E.). — Multiplication et division de polynômes entiers représentés symboliquement.	168
Matignon (C.). — Variation de la chaleur de réaction dans les systèmes monovariants formés par un gaz et des solides.	171
— Détermination expérimentale de la chaleur de dissolution limite, dans la loi du déplacement de l'équilibre avec la température.	176
Pellegrin (J.). — Sur une seconde collection de poissons recueillis par M. E. Haug, à Ngomo (Ogôoué).	184
Coutière (H.). — Sur les quelques espèces nouvelles d'Alpheidae	191

LE PRIX DES TIRÉS A PART EST FIXÉ AINSI QU'IL SUIT :

	25 ex.	50 ex.	75 ex.	100 ex.	150 ex.	200 ex.	250 ex.
Une feuille	4.50	5.85	7.20	8.10	10.60	12.85	14.85
Trois quarts de feuille.	4 »	5 »	6.10	7 »	9 »	10.60	12.15
Une demi-feuille	3.15	4 »	5 »	5.60	7.20	8.10	9 »
Un quart de feuille . . .	2.70	3.60	4.25	4.75	5.60	6.30	8.85
Un huitième de feuille.	2 »	2.70	3.15	3.60	4.05	4.50	5 »
Plusieurs feuilles . . .	4 »	5.40	6.30	7.20	9 »	11.70	14 »

PUBLICATIONS DE LA SOCIÉTÉ PHILOMATHIQUE

1 ^{re} série : 1789-1805.	3 volumes in-4°
2 ^e série : 1807-1813.	3 volumes in-4°
3 ^e série : 1814-1826.	13 fascicules in-4°
4 ^e série : 1832-1833.	2 volumes in-4°
5 ^e série : 1836-1863.	28 fascicules in-4°
6 ^e série : 1864-1876.	13 fascicules in-8°
7 ^e série : 1877-1888.	11 volumes in-8°
Chaque année pour les Membres de la Société.	5 francs
— pour le public.	12 francs

Mémoires originaux publiés par la Société Philomathique

A L'OCCASION DU

CENTENAIRE DE SA FONDATION

1788-1888

Le recueil des mémoires originaux publié par la Société philomathique à l'occasion du centenaire de sa fondation (1788-1888) forme un volume in-4° de 437 pages, accompagné de nombreuses figures dans le texte et de 24 planches. Les travaux qu'il contient sont dus, *pour les sciences physiques et mathématiques*, à : MM. Désiré André ; E. Becquerel, de l'Institut ; Bertrand, secrétaire perpétuel de l'Institut ; Bouty ; Bourgeois ; Descloizeaux, de l'Institut ; Fouret ; Gernez ; Hardy ; Haton de la Goupillière, de l'Institut ; Laisant ; Laussedat ; Léauté, de l'Institut ; Mannheim ; Moutier ; Peligot, de l'Institut ; Pellat. *Pour les sciences naturelles*, à : MM. Alix ; Bureau ; Bouvier, de l'Institut ; Chatin, de l'Institut ; Drake de Castillo ; Duchartre, de l'Institut ; H. Filhol, de l'Institut ; Franchet ; Grandidier, de l'Institut ; Henneguy ; Milne Edwards, de l'Institut ; Mécquard ; Poirier ; A. de Quatrefages, de l'Institut ; G. Roze ; L. Vaillant.

En vente au prix de 35 francs

AU SIÈGE DE LA SOCIÉTÉ, A LA SORBONNE

SMITHSONIAN INSTITUTION LIBRARIES



3 9088 01526 6430